中 南 大 学

本科生毕业论文（设计）

题　　目　HVC 中基于分形理论的受力和能量传递模型研究

学生姓名　郭　煜

指导教师　秦宣云

学　　院　数学科学与计算技术学院

专业班级　应数 0601 班

完成时间　2010.06.02

目录

目录 I
摘要 III
ABSTRACT IV
第 1 章 绪论 1
1.1 粉末高速压制成形技术的原理 1
1.2 粉末高速压制成形术的特点 1
1.3 粉末压制成形技术在国内外的研究现状 3
1.4 分形理论的发展 3
1.5 分形的定义及特性 4
1.6 分形理论在粉末散体空间及摩擦学方面的应用 5
第 2 章 金属粉末压制过程 7
2.1 金属粉末压制现象 7
2.2 金属粉末高速压制致密性分析 7
2.3 压制过程中模腔中粉末的各种变化 8
2.3.1 粉末的位移 8
2.3.2 粉末的变形 9
2.3.3 粉末颗粒间齿合与焊接 9
2.4 金属粉末的压坯强度 10
第 3 章 正应力与粉末孔隙分形维数的关系 11
3.1 分形多孔介质的结构特征参数 11
3.1.1 孔隙分布的分形维数 12
3.1.2 基于分形的多孔介质孔隙体积的确定 12
3.1.3 孔隙率的分形模型 13
3.1.4 孔隙率与体积和密度的关系 15
3.2 应力关系模型 16
3.2.1 应力与应变的关系模型 16
3.2.2 应力的标准线性模型 16
3.2.3 应力的非线性弹滞模型 17
3.3 基于分形的正应力关系模型 17
3.3.1 用孔隙率表征应力的模型 17
3.3.2 带有压坯孔隙分形参数的正应力模型 18

第 4 章 压制过程中力的分析 21
4.1 轴向应力 21
4.2 下模冲应力 23
4.3 修正的轴向应力 24
4.4 侧压力 25
4.5 模壁摩擦力 26
4.6 塑性接触模型的简单推广 27
第 5 章 内摩擦原理 28
5.1 传统表面接触 28
5.1.1 粉末颗粒摩擦 28
5.1.2 Herz 接触模型 29
5.2 粗糙表面理论 31
5.2.1 理想粗糙表面的接触 31
5.2.2 实际粗糙表面的接触 33
5.2.3 内摩擦力 35
5.3 HVC 中能量的传递与转化 36
5.3.1 加压速度的影响 36
5.3.2 能量损失与内能转化 36
第 6 章 总结和展望 37
结束语 38
参考文献 39

摘要

本文综述 HVC 原理、特点、研究现状及分形理论的应用，利用粉末冶金、弹性力学、土力学以及摩擦学等物理原理对 HVC 中粉体空间特征、压制压力、摩擦力以及其他各种力进行了研究。首先，粉末孔隙具有幂函数的数量-尺寸关系，据此建立基于空间散体分形维数的孔隙率和孔隙尺寸的关系；在胡克定律的线性模型基础上推广得出非线性模型中正应力与孔隙率的关系；推导了正应力与压制效果的类指数关系，在达到相同压制效果的情况下，非线性模型中受到的正应力较小。然后，按照弹性半无限体应力分布理论，建立圆形均布载荷模型，对圆柱体压坯进行分析；在给出正应力的基础上，推导了应力的传递规律，得到各种力之间的关系；轴向应力沿着压坯的压制方向逐渐减小，同时沿着其半径方向逐渐减小，离上表面越远的地方，不同半径的应力差逐渐减小；下模冲应力与压坯的高径比有关；压坯与模壁的侧压力和摩擦力都与轴向应力线性相关。最后建立微观粉末弹塑性模型，在 Herz 理论、Bowden-Tabor 变形模型的基础上，对理想粗糙表面进行分析；结合粗糙表面分形维数，对表面微凸体满足随机曲率半径和随机高度的实际粗糙表面进行分析，推导了载荷与接触面积的线性关系式。

关键词　分形维数 孔隙率 应力 摩擦力 接触面积

ABSTRACT

This paper reviews the principles, characteristics and research status of HVC and also the application of fractal theory. Using physical principles of powder metallurgy, elasticity, soil mechanics and tribology it studied the powder space characteristics, compacting pressure, friction and other forces in HVC. Firstly, the pores in powder has a power function of the number-size relationship, which lead to the relationship between porosity and pore size based on space fractal dimension; based on Hooke's law linear model it gives a nonlinear model of the relationship between stress and porosity; deriving the stress and the suppression effect of exponential relationship, it achieves non-linear model has a less stress in the case of the same suppression effect. Then, in accordance with the elastic half-space stress distribution theory, the circular uniform load model for the analysis of the cylinder compacts; based on main stress, other stress transfer are derived among the various forces relations; axial stress along the direction of compact, repression decreased, while decreases along the direction of its radius, the farther away from the surface where the stress difference in different radius decreases; compacts and die wall of the lateral pressure and friction associated with the axial stress is linear. Finally it set up micro-powder plastic model, based on the Herz theory, Bowden-Tabor deformation model ideal rough surface analysis; combined rough surface, fractal dimension, on the surface asperities meet random radius and random height of the real rough surface analysis, load and contact area derived linear relationship.

Keywords: Fractal dimension; Porosity; Pressure; Friction; Contact area

第1章 绪论

1.1 粉末高速压制成形技术的原理

2001 年 6 月，瑞典的 HoganasAB 公司的 Paul Skoglund 提出了高速压制（High Velocity Compaction，简称 HVC） 技术。该技术和常规粉末冶金单向压制在生产工艺上有很多的相似性，如图 1-1 所示，混合粉末通过送粉靴自动填充模腔，送粉靴移走上模冲进行高速压制，压制成形后零件被顶出并转入烧结工序，之后重复刚才的过程进行下一个零件的压制。所不同的是高速压制的压制速度比传统压制高 500-1000 倍，压机锤头速度高达 2-30m/s，液压驱动的锤头重达 5-1200kg，粉末在 0.02s 之内通过高能量冲击进行压制，压制时产生强烈的应力波。锤头的质量和它在冲击瞬间的速度决定了压制能量的大小和材料致密的程度。HVC 明显的优点是可以进行多重压制，通过附加间隔 0.3s 的高频冲击波能达到更高的密度[1, 2]。

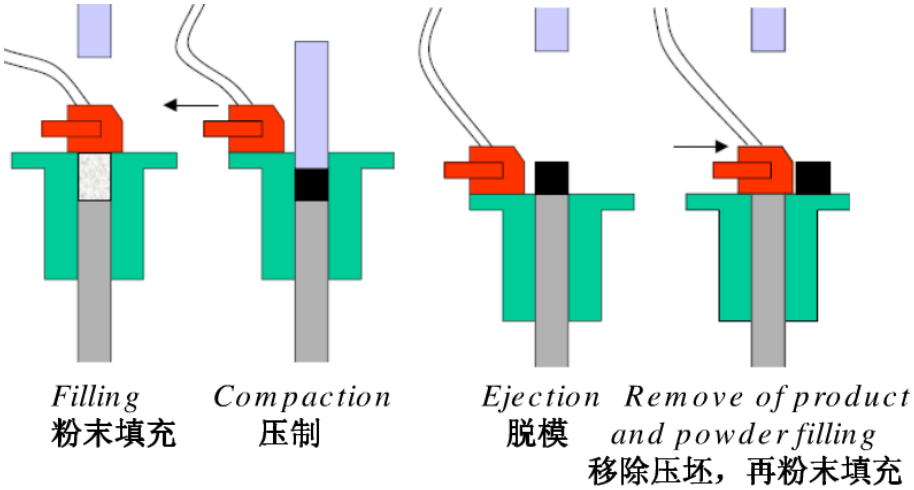

图 1-1 HVC 的压制过程原理示意图

1.2 粉末高速压制成形术的特点

与其他传统压制方法相比，高速压制技术有其特有的性质[3]：

（1）高的压制速度

压制过程的加压速度不仅影响粉末颗粒间的摩擦状态和加工硬化程度，而且影响到空气从粉末颗粒间隙的逸出情况，如果加压速度过快，空气逸出就困难。因此通常的压制过程均是以静压状态进行。

高速压制中，冲锤与上模冲接触时的速度比常规压制高 2～3 个量级，从几米每秒到几十米每秒不等。不同的速度对压坯的压制效果又不同的影响。随着速度的提高，压制压力增加，有利于提高压坯密度。当压坯密度达到一定值后，继续提高速度对密度的影响并不大。这种现象可能的解释为高速压制时，随着速度的提高，同时伴随着内外摩擦力的降低和压坯内气体压力的增加。

（2）高密度、密度均匀

HVC 技术有其独特的特点，在一次压制过程中冲锤要多次撞击上模冲。当应力波受阻于上模冲时，冲锤以一定的速度撞击上模冲后，冲锤损失部分能量后继续前进，上模冲获得一个高速度并脱离冲锤向下运动。粉末的阻力会消耗上模冲的能量，使其速度下降并与冲锤再次接触，再次获得高速度并脱离重锤向下运动，如此重复直至冲锤的能量全部被耗尽。在此过程中，粉末受到了多次压制，密度逐渐得到提高。在传统的压制条件下，润滑剂虽然减少了粉末颗粒间和粉末与模壁的摩擦，但是也限制了零件生坯可能达到的最大密度。

粉末体是以大量点、线接触为主的复杂接触，当受到外力冲击时接触区域因迅速变形而放出大量的热，该热量使压坯的温度升高。俄罗斯的 PEIIIETHNKOB 等人发现，在高速压制的瞬间，压坯温度迅速上升至最高，可达 483K；当卸除载荷后，温度急剧下降，然后缓慢降至室温。试验还发现，一个质量为 18.5g 的铁基压坯，在 7m/s 的压制速度下，基体温度可达 335K，在颗粒接触处温度可到 1273K。这种温度升高有利于颗粒的塑性变形，从而提高压坯密度。

HVC 技术不仅可以获得高密度零件，而且零件不同部位的密度均匀，对单层齿轮的实测显示密度变化小于 0.01g/cm3。高速压制过程中，上模冲与压坯之间能量的传递是以应力波的形式进行的。当该应力波经压坯传递至下模冲时，要发生透射和反射。反射的应力波作用于压坯下端，使此处的密度得到再次提高。因此，在高速压制时压坯沿轴向的密度分布要比静压时均匀。

（3）高性能

与传统压制相比，HVC 粉末冶金材料的密度提高了 0.3g/cm3，从而使 HVC 材料的性能也获得了显著的提高。如基于 D.AE 和 Astaloy Cr M 的 HVC 材料，与传统压制的典型密度的材料相比较，抗拉强度和屈服强度提高了 20-25%.

（4）低成本

从考虑生产成本与制品密度之间的性价比来看，对制备高密度、高性能的 PIM 零部件，HVC 一次压制很受关注，因为其在成本与性能之间找到了最佳结合点。HVC 两次压制和粉末锻造工艺相比也具有其现实的优势。除了材料优良的性能，高速压制还可以使生产更加经济化，成本更加低廉，这主要归结于其高效率的生产能力和可用较小型号设备制备超大零件的生产能力。

（5）高生产率

HVC 的压机锤头速度高达 2-30m/s，压制比传统压制快 500-1000 倍，其压制工序与传统压制工序相同，可用于大批量生产。

（6）经济地成形大零件

HVC 可以通过连续不断的高频冲击迅速提高密度，密度和冲击能量之间的关系可以叠加，而在传统压制中采用重复压制密度提高不明显。这种快速多重压实的特点在成形大型零件时具有实用性。

（8）低弹性后效

根据一般的粉末冶金概念，弹性后效是指在除去压制压力，并把粉末压坯压出压模以后，由于内应力的作用，粉末压坯所发生的弹性膨胀。或简单地说，是指压坯从压模脱出后，出现各方向自行膨胀的现象。在高速压制时，压制压力高，使得颗粒间结合紧密，强度高，因此弹性后效低于静态压制。这有利于保持零件的几何尺寸，防止压坯开裂。高速压制时的侧压系数明显低于静态压制，这是因为侧压系数的降低使得脱模压力减少。HVC 制备的零部件其径向弹性后效比传统压制方法的要低，其弹性后效的程度取决于压坯几何形状和粉末材料。

1.3 粉末压制成形技术在国内外的研究现状

粉末成型是粉末冶金技术的一个重要工序，成型理论的发展对于确定成型压力、成型件的密度与密度分布有十分重要的指导意义。 1980-1985 年，国内陈振华和黄培云[2]采用 6m 高的落锤机对多种金属粉末进行了高速压制实验，采用了动态波形电测法测定了金属粉末高速成形时的动态应力波形，研究得出一系列重要结论，对金属粉末冲击成形的基本规律以及粉末冲击成形的机理进行了总结和讨论。

研究人员正尝试对不同粉末进行高速压制成形。目前，主要应用于铁基粉末和软磁粉体的成形。Ola Andersson 等[4]对软磁材料 SomaloyTM500 进行高速压制后得到了 7.65g/cm3 的烧结密度和 1.67T 的高磁感应强度，均超过了常规压制得到的结果。

美国的 M.ZHOU 等[5]对带有预制缺口的一种致密的马氏体时效钢试样，进行了冲击载荷下剪切带的动力学蔓延方式和温度效应的试验。研究发现，随着冲击载荷的增加，在蔓延着的剪切带内部，测量到的最高峰值温度为 1400℃，几乎为该钢熔点温度的 90%。

温彤，COCKS A lan C F[6]应用离散单元法研究了粉末材料在开口容器中受到刚性凸模压制时的流动特点，获得了压制过程中颗粒的运动轨迹、运动速度以及粉末密度分布等重要信息。

HVC 技术是传统粉末压制成型技术的一种极限式外延的结果，目前对 HVC 技术的研究较多，但主要是从宏观方面考虑，比如建立描述 HVC 机理的数学模型、HVC 过程中的压制方程[6, 7]等。而在 HVC 的问题研究上，把分形理论应用到粉末散体空间特性及 HVC 机理的研究，在国内外相对比较少。本文对粉末散体空间分形维数与各种应力的推导，从微观角度反映了 HVC 中粉末致密的过程；粉末颗粒间的摩擦力研究则从微观角度分析了 HVC 中能量的转化及耗散，为 HVC 机理的研究提供了一定的理论依据和指导意义。

1.4 分形理论的发展

分形理论是非线性科学研究中十分活跃的一个分支，它的研究对象是自然界和非线性系统中出现的不光滑和不规则的几何形体，分形理论的数学基础是分形几何学[8]。

维数是图形最基本的不变量，经典欧氏几何使用整数维来描述规则的几何体，如分别用整数维 0、1、2、3 来描述点、线长、面积、体积。自然界中出现的诸如云层的边界、山脉的轮廓、雪花、海岸线、金属的微结构等不规则几何体，难以用经典欧氏几何中的线、光滑曲线、光滑曲面来描述，同时大量不同类型的极不规则的几何对象常常出现在自然科学的不同领域中，如化学中的酶与蛋白质的构造、生物中细胞的生长、工程技术中信号的处理。长期以来，一方面人们试图将它们纳入经典几何的框架中研究，但人们发现由此导出的模型，即使在近似的情形，无论在理论上还是实验中，均难以处理所接触到的实际情形；另一方面，人们已经注意到不规则集合往往能提供需多自然现象对更好描述。如何描述这类不规则的几何体？

1973 年，美国学者 Mandelbrot 的专著《分形对象，形，机遇和维数》[9]于 1975 年出版，标志着分形理论的正式诞生。1982 年，Mandelbrot 出版了著名的专著《大自然的分形几何学》[10]，至此分形理论初步形成。随后，这一新兴科学在数学、物理、化学、地理、生物、医学、粉末冶金诸学科中已达到广泛发展。

1.5 分形的定义及特性

分形是一门几何学，它研究的对象是欧氏空间的一类子集，这类子集的结构较为复杂，用欧氏几何很难对其进行描述[11]。起初，Mandelbrot 曾给分形下过两个定义，但经过理论与应用的检验，人们发现这两种简单的定义很难包括分形如此丰富的内容，因此这两个定义也逐渐的不被提及了[12]。之后，人们做了各种各样的努力企图给分形一个严格的数学定义，但是这些定义都很难适用于一般的情形。于是人们就联想到了用生物中对生命定义的方法来处理，即对分形并不给其一个严格和明确的定义，而是列出其一系列的性质来加以区分。

一般地，称集 F 是分形，即认为它具有以下一些典型的几何性质[13, 14]：

（1）F 具有精细的结构，即具有任意小比例的细节；

（2）F 是如此的不规则以至于它的整体和局部都不能用传统的欧式几何语言来描述；

（3）F 通常具有某种自相似的形式，可能是近似的或是统计的；

（4）一般地，F 的“分形维数”（以某种方式定义）大于它的拓扑维数；

（5）在大多数令人感兴趣的情形下，F 以非常简单的方法定义，可能由迭代产生。

对于各种不同的分形，有的可能同时具有上述的全部性质，有的可能只有其中的大部分性质，而对某个性质有例外，但这并不影响我们把这个集合称为分形。

分形几何和欧氏几何的区别在于维数方面。欧氏几何认为空间的维数是整数。分形几何的维数随对象的几何特征而定，并认为对于任何一个有确定维数的几何体，若用相同维数的“尺”去度量，则可得到一确定的数值 N；若用低于它维数的“尺”去度量，则其结果为无穷大；若用高于它维数的“尺”去度量，其结果为零。其数学表达式为[8, 15]

$$N(L) \sim L^D$$

式中，L 是度量尺度；$N(L)$ 可以是长度、面积、体积等；D 是分形维数，既可以是整数，也可以是非整数。

分形的特点是自相似性。所谓自相似性是某种结构或过程的特征从不同的空间尺度或时间尺度来看都是相似的。自然界的分形分两大类一大类是无规分形；另一大类是有规分形。有规分形是具有严格自相似性的分形，而无规分形是统计自相似的分形。粉末颗粒表面形貌具有自相似性，用不同放大倍数观察颗粒表面，可以发现表面形貌结构具有相似的细部特征，表现为无穷多的层次潜逃，从任何尺度看都具有更小尺度上的精细结构，但是这种局部放大的形貌与原来的形貌并不是简单地完全重合相似，而是存在一定的尺度伸缩性，一般是近似的或同级意义上的相似性，即在一定局域范围内成立，它属于无规分形。

1.6 分形理论在粉末散体空间及摩擦学方面的应用

自从 Mandlbrot 在二十世纪七十年代提出分形思想并逐步形成分形几何理论体系以来，由于分形理论能很好地描述非线性复杂系统，因而引起了国内外广泛的关注。不仅可以用分形几何对它们进行定量描述，而且可以通过适当的数学变换和不规则数在计算机上对它们进行模拟。近年来，分形理论在国内外的发展非常快，已逐渐地深入到了自然科学、社会科学的各个领域。

对颗粒的边界进行定量表征是颗粒微观形貌研究的基础，李金萍等[16]以传统盒子计数法和周长面积法为基础，提出了固定码尺为象素，以粉体颗粒氢氧化铝颗粒为例，得到颗粒边界分形维数的计算方法。并通过实验数据说明分维是描述颗粒边界和表面微观形貌复杂程度的更加精细的定量表征参数。

赵晓彤和杨善让等[17]以分形理论为工具，采用填充率、散体颗粒直径等宏观易测参数来描述颗粒散体的集合结构。

陈永平和施明恒[18]根据分形理论，对土壤这类多孔介质进行描述，计算出了不同孔隙率多孔介质简化模型的剖面面积分布分形维数。

摩擦学中主要涉及粗糙表面的表征、表面接触、摩擦磨损、摩擦表面温度分布等问题的分形研究。

首先在 1986 年，T. R. Thomas 和 A. P. Thomas[19]通过对粗糙表面的研究，指出工程粗糙表面具有分形性质。从而开创了分形理论用于粗糙表面研究的先河。

Majumdar 及 Bhushan[20]基于分形几何理论提出全新概念的粗糙表面弹塑性

接触模型，为定量地描述摩擦表面形貌及其与材料摩擦磨损特性的关系提供了新的途径。

王新华，张嗣伟等[21]在对 M-B 接触分形模型改进的基础上，根据阿查得粘着磨损理论导出了基于分形参数的粘着磨损模型，该模型揭示了磨损率与分形维数，接触面积等参数的关系。

第2章 金属粉末压制过程

2.1 金属粉末压制现象

粉末体在压模内的压制过程如图 2-1 所示。

压力经上模冲传向粉末时，粉末在某种程度上表现有与液体相似的性质，力图向各个方向流动，于是引起了垂直于压模壁的压力，即侧压力。

粉末在压模内所受压力的分布是不均匀的，与液体的各向均匀受压情况有所不同，因为粉末颗粒之间彼此摩擦、相互楔住，使得压力沿横向（垂直于压模壁）的传递比垂直方向要小得多。并且粉末与模壁在压制过程中也产生摩擦力，此力随压制压力而增减。因此，压坯在高度上出现显著的压力降，接近上模冲端面的压力比远离它的部分要大得多，同时中心部位与边缘部位也存在着压力差，结果，压坯各部分的致密化程度也就有所不同。

在压制过程中，粉末由于受力而发生弹性变形和塑性变形，压坯内存在着很大的内应力，当外力停止作用后，压坯便出现膨胀现象，这就是弹性后效。

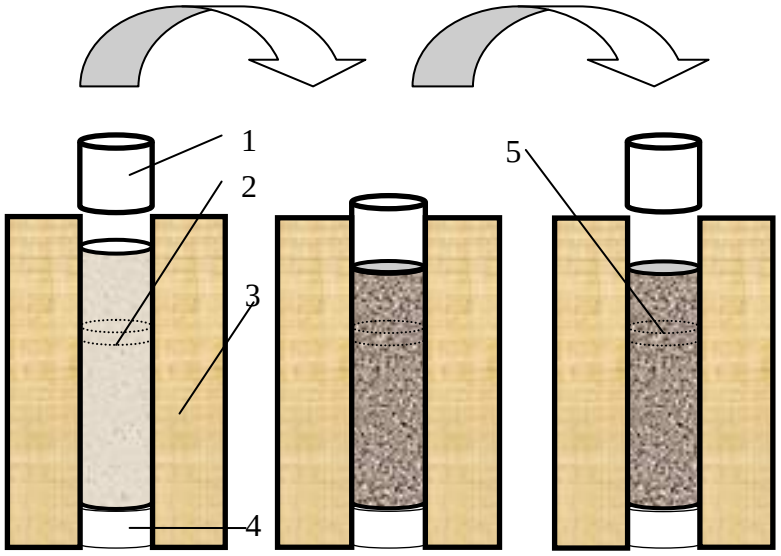

图 2-1 压制模型剖面图 1. 上模冲 2. 疏松粉末 3. 阴模 4. 下模冲 5. 致密粉末

2.2 金属粉末高速压制致密性分析

粉末冶金零件的性能与其密度有直接的联系，压制初期粉末材料的响应决定了密度的演化，并对最终密度有很大影响。当波（表现为压力）作用于疏松粉末时，粉末的致密行为可以分为几个阶段。起始阶段，松散在模具中的粉末疏松度很高，此时发生的致密行为主要是粉末颗粒重排，如颗粒的移近、分离、滑动、转动，以及由于颗粒的粉碎而发生的位移。在此期间，颗粒一般处于点接触状态。

随着疏松度下降达到一个平衡点时，颗粒间互锁，重排过程停止。颗粒间的接触点处开始发生弹性变形，颗粒间产生了一定的面接触。之后，粉末的压制行

为表现就非常类似于多孔固体，在颗粒间接触处，除继续发生弹性变形外，由于接触区域的应力超过材料的屈服极限，还要发生塑性变形或脆性破碎。这时，在颗粒间会出现永久接触面，且孔隙大大减少。

最终，整个粉末体会呈现以体积弹性压缩为主的变形特征。整个粉末体的压缩，不仅依靠颗粒本身的变形，而且也依赖于颗粒的位移与孔隙体积的改变。几个阶段在整个成形过程中常常交织在一起，加上大量不同形状、尺寸的颗粒间的相互随机作用以及颗粒与模壁间的摩擦，粉末的力学行为远比固体连续材料复杂。实际上对粉末体的压缩，只能说在成形的初期是以颗粒的位移为主，而在成形的后期则主要是依靠颗粒的变形。

粉末在高速压制成形期间的致密化行为比较复杂，因为它要受到许多因素的影响。目前引起人们普遍重视的主要有以下三个方面。

（1）颗粒大小的影响随着颗粒尺寸的变小，压坯密度有所增加。这一现象在高压范围内更明显。这是因为在高压下，对内部孔隙较高的粉末颗粒来说，细颗粒要比粗颗粒容易塌陷，从而易于被压缩成实心的颗粒。因此，颗粒尺寸的变小有助于整个粉末压坯孔隙率的减少和压坯密度的提高。

（2）颗粒形状的影响形状规则的粉末容易通过比较均匀的塑性变形，得到的压坯密度较高。形状不规则的粉末颗粒表面上发生局部变形，一方面反映颗粒间压力的传递是不均匀的，另一方面也说明这种局部变形将过早的引入加工硬化对致密化的影响，从而有碍于整个粉末体的密实。

（3）颗粒的原始硬度影响根据一般粉末成形的经验，为使粉末压坯容易密实，通常都期望粉末颗粒具有较低的硬度，以便在成形期间发生塑性变形，使粉末压坯得到更好的密实。如前所述，这种塑性变形是发生在颗粒间的接触面上，并且随着成形压力的增加，能够迅速向颗粒的纵深扩展。对于比较软的粉末来说，这种塑性变形的过程就更容易进行，从而能使压坯得到较高的密度。

2.3 压制过程中模腔中粉末的各种变化

在压制过程中，粉末之间的孔隙率大大降低，彼此的接触显著增加。也就是说，粉末在压制过程中出现了位移和变形和焊接[22]。

2.3.1 粉末的位移

粉末在松装堆集时，由于表面不规则，彼此之间有摩擦，颗粒相互搭架而形成拱桥孔洞的现象，叫做拱桥效应。

粉末具有很高的孔隙率，如还原铁粉的松装密度一般为 2-3g/cm^3，而致密铁粉的密度是 7.8g/cm^3；工业中颗粒钨粉的松装密度是 3-4g/cm^3，而致密钨粉的密度是 19.3g/cm^3。当施加压力时，粉末体内的拱桥效应遭到破坏，粉末颗粒便彼此填充孔隙，重新排列位置，增加接触。现用两颗粉末来近似说明粉末位移情况，如图 2-2 所示。

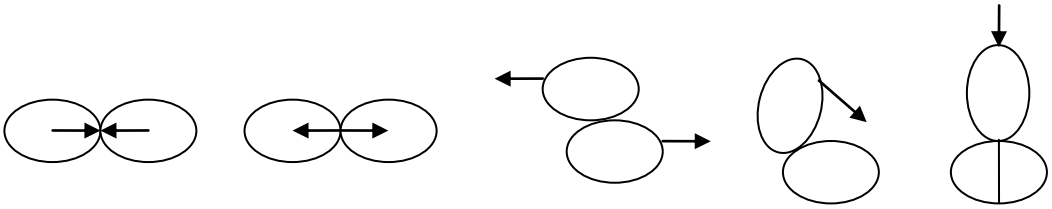

图 2-2 粉末颗粒的位移的形式 A粉末颗粒的接近 B粉末颗粒的分离 C粉末颗粒的滑动 D粉末颗粒的转动 E 粉末颗粒的粉碎

然而，粉末在受压状态时所发生的位移情况要复杂的多，一颗粉末可能同时发生几种位移，而且，位移总是伴随着变形而发生。

2.3.2 粉末的变形

粉末在受压后体积大大减小，这是因为粉末在压制是不但发生了位移，而且发生了变形，粉末变形可能有三种情况

（1）弹性变形 外力卸除后粉末形状可以恢复原形。

（2）塑性变形 压力超过粉末的弹性极限，变形不能恢复原形。压缩铜粉的实验指出，发生塑性变形所需要的压力大约是该材质弹性极限的 2.8-3 倍。金属的塑性越大，塑性变形也就越大。

（3）脆性断裂 压力超过强度极限后，粉末颗粒就发生粉碎性的破坏。当压制难熔金属如 W、Mo 或其化合物如 WC 等碎性粉末时，除有少量塑性变形外，主要是脆性断裂。

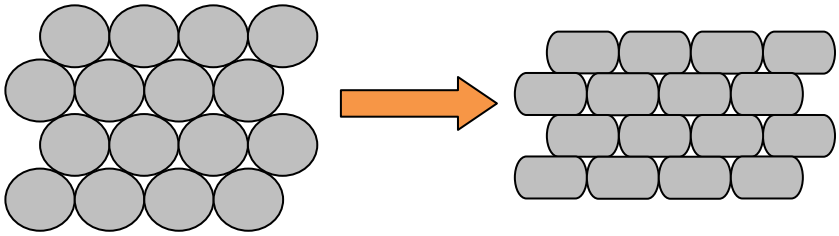

图 2-3 压制时粉末的变形

由图 2-3 所示的粉末变形可知，压力增大时，颗粒发生变形，由最初的点接触逐渐变成面接触；接触面积随之增大，粉末孔隙体积减小，粉末颗粒由球变形成扁平状，当压力继续增大时，粉末就可能碎裂，孔隙数目增多。

2.3.3 粉末颗粒间齿合与焊接

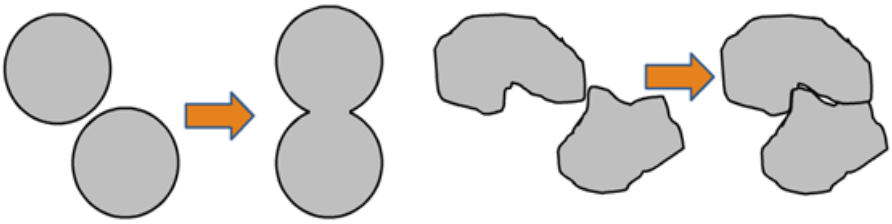

图 2-4 粉末间的焊接和机械齿合

如图 2-4 所示，当粉末受到碰撞、挤压时，产生位移和变形，不规则的粉末外表面呈凹凸不平的形状，通过压制，可以相互楔住和钩连，使孔隙大大减小，从而形成粉末颗粒之间的机械齿合；中心线上的粉末产生强烈的塑性变形，使粉末表面积扩大，并且表面氧化膜脱落露出洁净的“原子化”金属表面，同时高速压制的内应力产生巨大的热量，使粉末表面融化，这些熔融态的粉末新鲜表面在压力作用下相互焊接在一起，形成了层间有一定结合力的复合颗粒。

2.4 金属粉末的压坯强度

在粉末体成形过程中，随着成形压力的增加，孔隙减少，压坯逐渐致密化，由于粉末颗粒之间联结力作用的结果，压坯的强度也逐渐增大。实验指出[22]，粉末颗粒之间的联结力大致可分为两种：

（1）粉末颗粒之间的机械齿合力。这是使压坯具有强度的主要原因之一，粉末颗粒形状越复杂，表面越粗糙，则粉末颗粒之间彼此齿合得越紧密，压坯强度越高。

（2）粉末颗粒表面原子之间的引力。在金属晶格结构中，金属原子之间因引力和斥力相等而处于平衡状态，当原子间距小于平衡时的常数值时，原子之间产生斥力，反之，便产生引力，能够产生这种引力的区间称为引力范围。在金属粉末处于压制后期时，粉末颗粒受强大外力作用而发生位移和变形，粉末颗粒表面上的原子就彼此接近，当进入引力范围之内时，粉末颗粒便由于引力作用而联结起来，于是，压坯便具有一定的强度，粉末的接触区域越大其压坯强度越高。

注意的是，上述两种力在压坯中所起的作用并不都是相同的，还与粉末压制过程有关。对于任何金属粉末来说，压制时粉末颗粒之间的机械齿合力是使压坯具有强度的主要联结力。通常压形前还需添加一些成形剂来提高压坯强度。

第3章 正应力与粉末孔隙分形维数的关系

3.1 分形多孔介质的结构特征参数

根据分形几何理论，存在于 d 维欧氏空间中的一个多孔分形物体的面积、体积或质量等物理量 $M(L)$ 与物体线度 L 应有如下自相似标度关系

$$M(L) \propto L^D \tag{3-1}$$

式中幂指数 D 为该分形体的分数维数 $d-1 \le D \le d$ 。而且，当该分形体为固相分形体时，与之共存的是分布于其中的孔隙，其尺寸大小 ϕ 和累积数量 $N(\phi < L)$ 存在如下幂函数分布关系[23]

$$N(\phi < L) \propto \phi^{-D} \tag{3-2}$$

式中 D 为固相分形体的分数维数。多孔分形体也可看成为由“孔”构成的所谓孔分形体，此时与之共存的则是固相颗粒，其累积数量与尺寸大小同样遵循上述式中的幂函数分布[24]。

应该指出，上述分形的基本概念理论上对应于确定型的分形结构。对于自然界中统计意义上的自相似分形，其拓扑结构存在空间分布的不均匀性，为得到完整的描述和分辨需采用多重分形理论。此外，上述被称之为分形体的固相或孔隙是维数为 D 的严格分形体， 而与其对应存在的孔隙或固相颗粒系统虽具有幂函数的累积数量-尺寸分布关系， 但并非是严格的分形体。

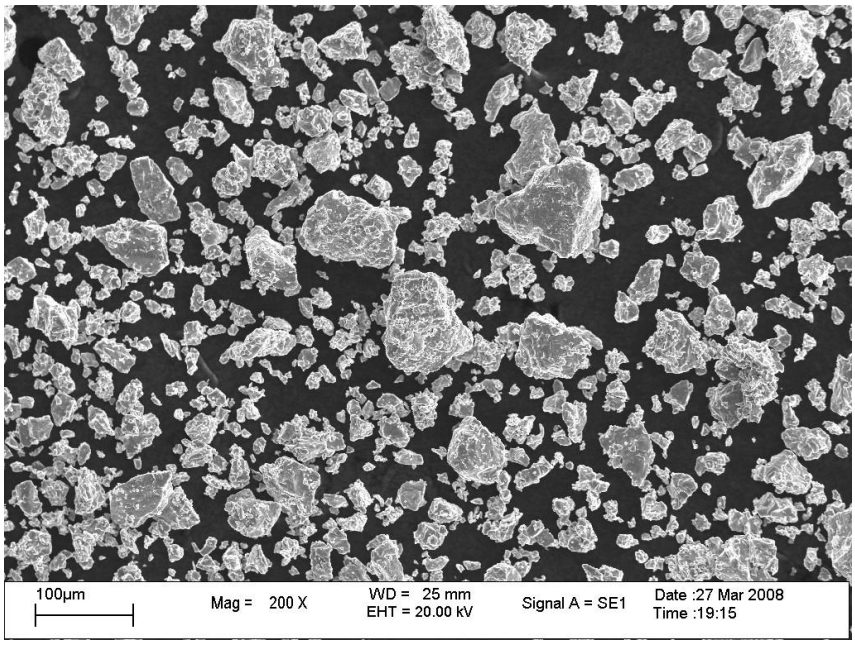

图 3-1 Ti 粉末的微观结构

图 3-1 所示为纯度 99.6%的 Ti 粉微观孔隙结构，图中黑色区域为粉末孔隙，一般会填充润滑剂等介质，可以看作是具有分形特性的多孔分形体。

下面采用分形理论来针对单位体积孔隙分形体做出推导。

3.1.1 孔隙分布的分形维数

单位体积内分形体的孔隙数目与孔隙直径大小分布服从如下关系

$$N(L>\phi)=k\phi^{-D} \tag{3-3}$$

式中ϕ为孔隙直径的测量尺度，D为孔隙分布的分形维数，$2<D<3$，k为不显含D的比例系数，$N(\phi)$为单位体积内孔隙直径大于ϕ的孔隙数目。也就是说，我们只把孔隙直径大于测量尺度的认为是真正的孔隙，那些孔隙直径小于尺度的孔隙被忽略。

为了观察孔隙数目的变化情况，取比例系数$k=1$，分形维数D分别选取 2.5，2.6，2.7，2.8，2.9，结果如图 3-2 所示。我们选取的尺度越小，得到的孔隙数目越多，尺度趋于零时，孔隙数目趋向无穷。而且在相同尺度下，孔隙数目越多代表分形维数越高。

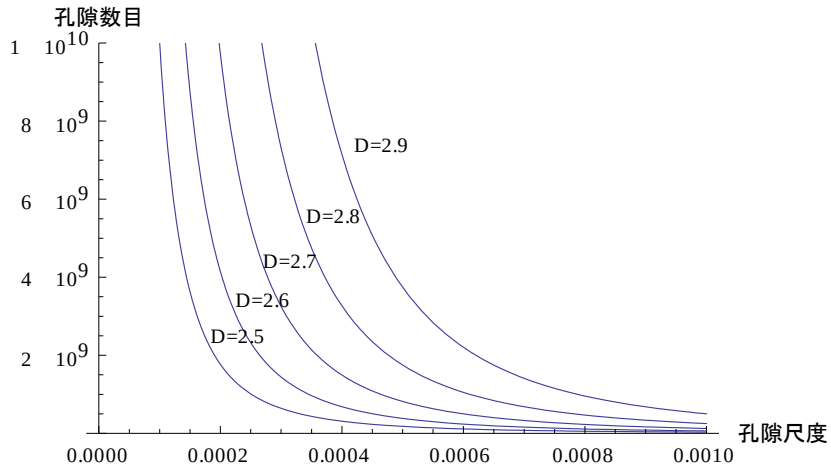

图 3-2 孔隙数目与孔隙尺寸的关系

3.1.2 基于分形的多孔介质孔隙体积的确定

假设孔隙直径是连续分布的，对(3-3)式关于ϕ两边微分，可得分形多孔介质的孔隙直径在ϕ和$\phi+\mathrm{d}\phi$区间内的孔隙数目

$$-\mathrm{d}N=kD\phi^{-(1+D)}\mathrm{d}\phi \tag{3-4}$$

式中$-\mathrm{d}N>0$。假设孔隙为正立方体，单位体积内分形多孔介质的孔隙直径在ϕ和$\phi+\mathrm{d}\phi$区间内的孔隙体积微元$\mathrm{d}V'$为

$$\mathrm{d}V'=-\phi^3\mathrm{d}N \tag{3-5}$$

代入(3-4)和(3-5)由微元法得到分形多孔介质的孔隙体积

$$V'=\int\mathrm{d}V'=\int-\phi^3\mathrm{d}N=\int_{\phi}^{\phi_S}\phi^3kD\phi^{-(1+D)}\mathrm{d}\phi$$

$$=kD\int_{\phi}^{\phi_S}\phi^{2-D}\mathrm{d}\phi=\frac{kD}{3-D}\phi_s^{3-D}(1-\lambda^{3-D}) \tag{3-6}$$

其中 $\lambda=\phi/\phi_S$，ϕ 是粉末体孔隙的测量尺度，也是最小孔隙直径，ϕ_S 是最大孔隙直径。

3.1.3 孔隙率的分形模型

孔隙率是指多孔介质孔隙体积所占多孔介质总体积的百分数。孔隙率 η 定义为单位体积内的孔隙体积，故孔隙率为

$$\eta=\frac{kD}{3-D}\phi_s^{3-D}(1-\lambda^{3-D}) \tag{3-7}$$

其中 D 为孔隙分布的分形维数，$2<D<3$；k 是常量参数；ϕ_S 是最大孔隙直径。λ 是最小与最大孔隙直径比，$0<\lambda\le 1$，可以用来表示测量孔径时所选取的相对尺度。

由扫面隧道显微镜下的 Ti 粉，Cu 粉，以及 Te 粉的微观结构我们可以大致认为 ϕ_S 的数量级是 10^{-4} m。取 $\phi_s=10^4$，$k=1$，分形维数 D 从 2 变化到 3 时，得到大致如图 3-3 所示的图像。

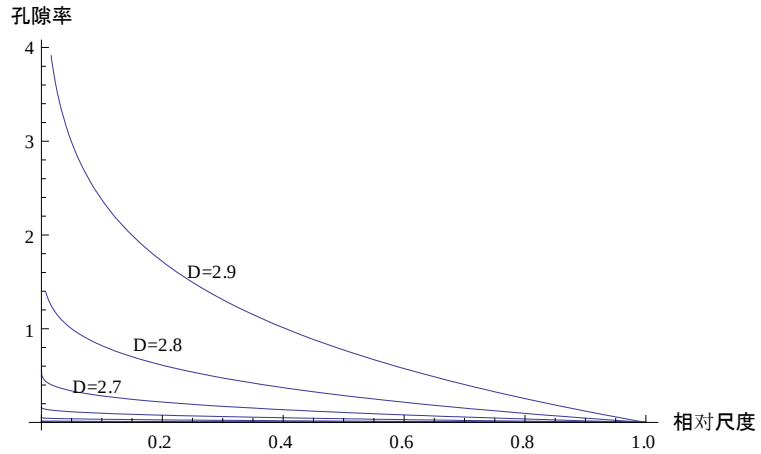

图 3-3 孔隙率与孔隙相对尺度的关系

由于图 3-3 中观察不出 $D<2.6$ 的情况，我们放大局部再来观察，结果见图 3-4。

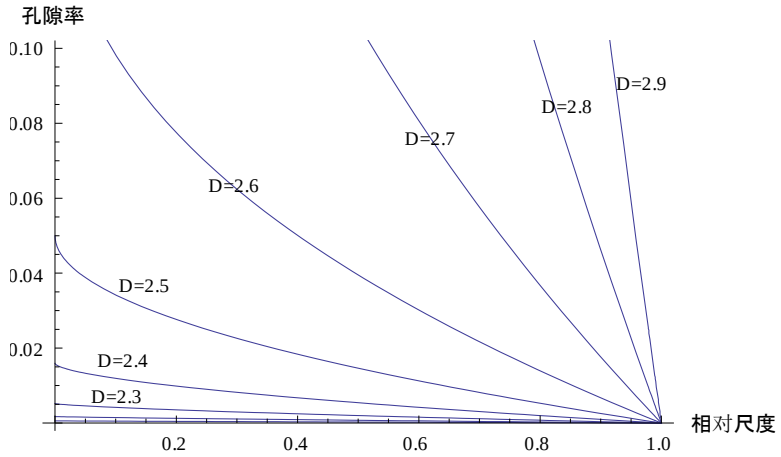

图 3-4 孔隙率与孔隙相对尺度的关系(放大)

观察分析，不论分形维数 D 取多少，相对尺度 λ 为 1 即 $\phi_s = \phi$ 时，也就是说所选取的尺度达到了最大孔隙半径，那么显然我们认为粉末体没有孔隙，故孔隙率为零；当选取的尺度变小时，相对较小的孔隙增多，使孔隙率增加。

为了更清楚的观察孔隙率的增长趋势，我们变化横轴的间距，取横坐标的对数为等间距，以不同的数量级来做划分，结果如图 3-5 所示。

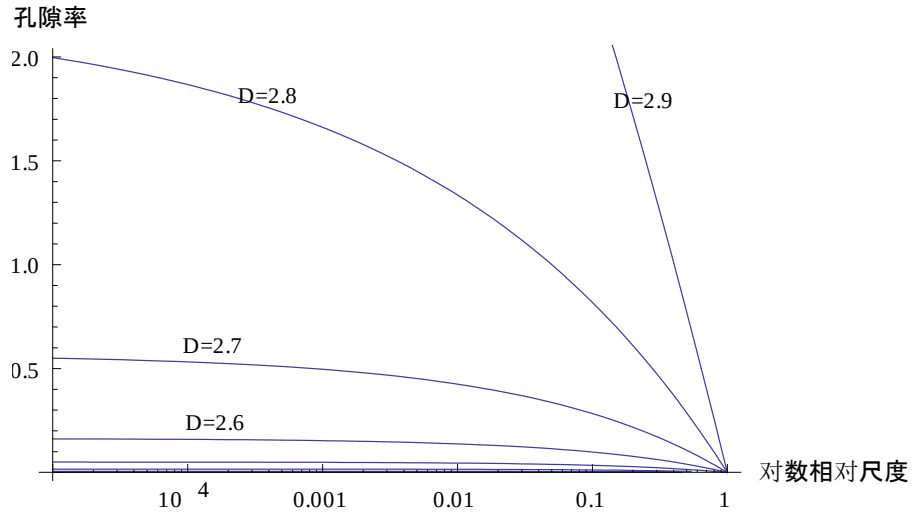

图 3-5 孔隙率和尺度的收敛关系图

从图 3-5 中可以看出，λ 在 1 到 0.1 的区间内增幅较大，随着数量级的减小，孔隙率的增加逐渐变得不明显；当 $\lambda \to 0$ 时，孔隙率收敛，趋向一个定值，这就是理想分形粉末体的孔隙率。化简(3-7)式则有

$$\eta = \frac{kD}{3-D}\phi_s^{3-D} \tag{3-8}$$

下面我们再来看孔隙率和分形维数的关系，取 $\phi_s = 10^4$，$k = 1$，结果如图 3-6 所示。

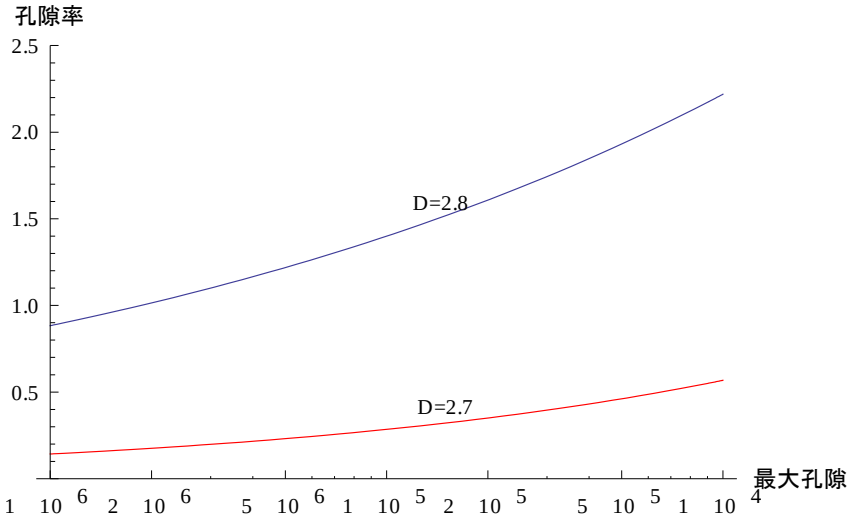

图 3-6 孔隙率和分形维数的关系

从图 3-6 来看，当最大孔隙直径保持不变的情况下，分形维数越大孔隙率就越大。因为这里我们引入的分形维数是自相似维数，是把粉末体看做自相似图形来处理，比如 Menger 海绵。我们将分形维数引入的目的是在尺度趋于零的时候，可以得到粉末的孔隙率，但这并不能说明孔隙率是随着维数增加而增加的，孔隙率还受到其他物理形状的重要影响。

图 3-6 还指出，孔隙率与孔隙分形维数和最大孔隙直径都有关。最大孔隙直径越小，也就是整体孔隙直径越小的情况下，分形维数比较大的粉末体孔隙率减小的越快。不同物质的松装粉末都具有身的维数，松装程度不同导致最大孔隙的不同。

3.1.4 孔隙率与体积和密度的关系

设压制前粉末体的表观体积为V_o，密度为ρ_o，粉末体中孔隙体积为V_o'；压制后的压坯体积为V_m，密度为ρ_m，压坯中孔隙体积为V_m'；粉末致密金属所占的真实体积为V，密度为ρ。满足关系

$$V_o' = V_o - V \tag{3-9}$$

$$V_m' = V_m - V \tag{3-10}$$

压制前粉末体的孔隙率η_o为

$$\eta_o = \frac{V_o'}{V_o} = \frac{V_o - V}{V_o} = 1 - \frac{V}{V_o} = 1 - \frac{\rho_o}{\rho} \tag{3-11}$$

得到压制前的体积及密度与孔隙率的关系分别为

$$V_o = \frac{V}{1-\eta_o} \tag{3-12}$$

$$\rho_o = (1-\eta_o)\rho \tag{3-13}$$

压制后压坯的孔隙率η_m为

$$\eta_m = \frac{V_m'}{V_m} = \frac{V_m - V}{V_m} = 1 - \frac{V}{V_m} = 1 - \frac{\rho_m}{\rho} \tag{3-14}$$

得到压坯的体积和密度与孔隙率的关系分别为

$$V_m = \frac{V}{1-\eta_m} \tag{3-15}$$

$$\rho_m = (1-\eta_m)\rho \tag{3-16}$$

联合(3-12)和(3-15)得到压制前后的体积关系

$$V_m = \frac{1-\eta_o}{1-\eta_m} V_o \tag{3-17}$$

3.2 应力关系模型

应力定义为“单位面积上所承受的附加内力”。公式记为

$$\sigma_{ij} = \lim_{\Delta A_i \to 0} \frac{\Delta F_j}{\Delta A_i} \tag{3-18}$$

其中，σ 表示应力；ΔF_j 表示在 j 方向的施力；ΔA_i 表示在 i 方向的受力面积。因为面积与力都是矢量，如果受力面积与施力同方向则称正应力；如果受力面积与施力方向互相正交则称剪应力。

3.2.1 应力与应变的关系模型

考虑到粉末体的非线性弹滞体的特征与压制时应变大幅度变化这些事实，进行如下考虑[22]。

一个理想弹性体，根据胡克定律应有如下关系

$$\sigma = E\varepsilon \tag{3-19}$$

式中 σ 表示应力；ε 表示应变；E 表示弹性模量。

上式对时间求导数，得

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = E\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t} \tag{3-20}$$

Maxwell 曾指出，对一个同时具有弹性和粘滞性的固体，有如下关系

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = E\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t} - \frac{\sigma}{\tau_1} \tag{3-21}$$

在恒应变情况下，$\mathrm{d}\varepsilon / \mathrm{d}t = 0$，则

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = -\frac{\sigma}{\tau_1} \tag{3-22}$$

积分后得

$$\sigma = \sigma_0^{-\frac{t}{\tau_1}} \tag{3-23}$$

式中 σ_0 表示 $t = 0$ 时的应力；τ_1 表示应力弛豫时间，即在给定约束条件下的固定条件中，应变保持恒定，应力减小到一定值所用的时间。

3.2.2 应力的标准线性模型

随后 Kelvin 等人应用应变弛豫的概念，得出描述同时具有弹性与应变弛豫性质的固体的方程为

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{dt} = E(\varepsilon + \tau_2\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{dt}) \tag{3-24}$$

后来，Alfrey 和 Doty 等人同时考虑了应力弛豫与应变弛豫的关系，引进标

准线性固体的概念，并指出它服从的以下关系

$$\sigma+\tau_1\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}=E(\varepsilon+\tau_2\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t}) \tag{3-25}$$

其中τ_1为应力弛豫时间，τ_2为应变弛豫时间。

3.2.3 应力的非线性弹滞模型

标准线性固体的概念尽管已经广泛地应用于金属内耗的研究中，但不适用于粉末体的压制研究，因为

（1）在应力与应变都已经充分弛豫或接近充分弛豫的情况下，标准线性固体的应力与应变呈线性关系，而粉末体则不然。

（2）粉末体在压制时变形程度比金属内耗或蠕变时要打大得无可比拟。此时，必然有粉末体的加工硬化，所以粉末在压制时的应力应变关系不可能维持线性关系，而应有某种非线性弹滞体的特征。据此粉末体的压制应该用下述关系[22]

$$\sigma+\tau_1\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}=E(\varepsilon+\tau_2\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t})^n \tag{3-26}$$

这是一个$n>1$的非线性表达式。

在没有剪应力，只有竖直向下的正应力，且为恒定的 p 的情况下，$\mathrm{d}p/\mathrm{d}t=0$，上式可简化为

$$p=E(\varepsilon+\tau_2\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t})^n \tag{3-27}$$

$$\frac{\mathrm{d}t}{\tau_2}=-\frac{\mathrm{d}[(\frac{p}{E})^{1/n}-\varepsilon]}{(\frac{p}{E})^{1/n}-\varepsilon} \tag{3-28}$$

积分后得

$$\varepsilon=\varepsilon_0 e^{-t/\tau_2}+(\frac{p}{E})^{1/n}(1-e^{-t/\tau_2}) \tag{3-29}$$

当粉末压制过程充分弛豫（即$t\gg\tau_2$）时，$e^{-t/\tau_2}\to 0$，上式化简为

$$\varepsilon=(\frac{p}{E})^{1/n} \tag{3-30}$$

这是一个广义的虎克定律，正应力与应变是非线性的关系。

3.3 基于分形的正应力关系模型

3.3.1 用孔隙率表征应力的模型

粉末体在压制时的体积变化可用$V_o'-V_m'$来表征，致密金属所占的实际体积V没有变化或变化很小，所以只有孔隙体积发生了改变，可视为粉末体在压制过程

中所发生的应变。

应用自然应变的概念，可得到

$$\varepsilon=\ln\frac{V_o'}{V_m'}=\ln\frac{V_o-V}{V_m-V}=\ln\frac{\frac{V_o}{V}-1}{\frac{V_m}{V}-1}=\ln\frac{\frac{\rho}{\rho_0}-1}{\frac{\rho}{\rho_m}-1}=\ln\frac{(\rho-\rho_0)\rho_m}{(\rho-\rho_m)\rho_0} \tag{3-31}$$

把(3-17)代入

$$\varepsilon=\ln\frac{V_o-V}{V_m-V}=\ln\frac{(\rho-\rho_0)\rho_m}{(\rho-\rho_m)\rho_0}=\ln\frac{\eta_o(1-\eta_m)}{\eta_m(1-\eta_o)} \tag{3-32}$$

得到应变分别与体积、密度、孔隙率的关系，这里主要选取应变与孔隙率之间的关系。

把(3-32)代入(3-30)可得

$$\ln\frac{\eta_o(1-\eta_m)}{\eta_m(1-\eta_o)}=(\frac{p}{E})^{1/n} \tag{3-33}$$

3.3.2 带有压坯孔隙分形参数的正应力模型

在压制过程前后，由于粉末孔隙被当作分形多孔介质来看待，虽然孔隙率由η_o减小为η_m，但是孔隙的分形维数基本保持不变，也就是说孔隙直径按比例整体变小，孔径的平均值、最大值减小，但是孔径方差基本不变，所以可以用最大孔径ϕ_S来表征整体孔隙的大小情况。由(3-8)可得

$$\eta_o=\frac{kD}{3-D}\phi_o^{3-D} \tag{3-34}$$

$$\eta_m=\frac{kD}{3-D}\phi_m^{3-D} \tag{3-35}$$

其中ϕ_o和ϕ_m分别为压制前后的最大孔隙直径。把(3-34)和(3-35)代入(3-33)后得到

$$(\frac{p}{E})^{1/n}=\ln\frac{\eta_o}{1-\eta_o}\frac{1-\eta_m}{\eta_m}=\ln\frac{3-D-kD\phi_o^{3-D}(1-\lambda)^{3-D}}{(3-D-kD\phi_o^{3-D})(1-\lambda)^{3-D}} \tag{3-36}$$

其中$\lambda=(\phi_o-\phi_m)/\phi_o$定义为压制效果，那么$1-\lambda$为压制后与压制前孔隙率之比。$\lambda=0$即$\phi_o=\phi_m$，这表示压制前后孔隙没有变化

为了去掉指数，两边取对数，有

$$\lg p-\lg E=n\lg\ln\frac{3-D-kD\phi_o^{3-D}\lambda^{3-D}}{(3-D-kD\phi_o^{3-D})\lambda^{3-D}} \tag{3-37}$$

这样，应变与应力p的值呈对数直线关系，如以前者的对数为横坐标，后者的对数为纵坐标，则所得直线的斜率为n值，直线与纵轴的截距为$\lg E$值。这样

我们导出正应力和压制效率的关系

$$p = E\left[\ln\frac{3-D-kD\phi_o^{3-D}\lambda^{3-D}}{(3-D-kD\phi_o^{3-D})\lambda^{3-D}}\right]^n \tag{3-38}$$

其中，E 相当于硬化指数，它的量纲与 p 相同，E 值的大小表征粉末体压制的难易，E 值越大，表示粉末体遇难压制。n 代表粉末体压制过程的非线性指数，n 值的大小表征粉末体压制过程硬化趋势的大小，n 值越大，表示粉末体硬化趋势越强，$n=1$ 时，表示粉末体压制过程呈线性变化，全无硬化趋势，一般情况下，$n>1$。

为了观察正应力和压制效果的关系，我们取 $E=1$，$k=1$，$\phi_o=10^{-4}$，粉末体孔隙的分形结构可以近似用 Sierpinski 海绵来近似代替，它的分形维数 $D=\ln 20/\ln 3\approx 2.7268$。如图 3-7 所示，当 $n=1.5$ 时表示非线性弹滞模型，当 $n=1$ 时为标准线性模型。

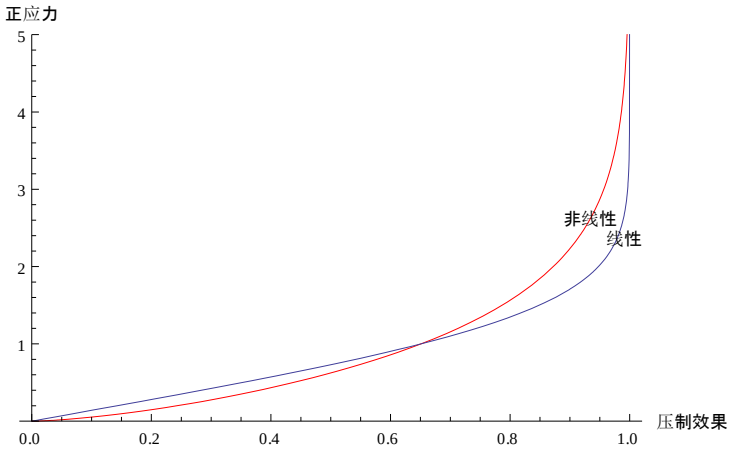

图 3-7 线性和非线性下正应力与压制效果的关系

线性与非线性模型的整体趋势保持一致，在压制效果很小的情况下所需的正应力很小，当压制效果增强时所需正应力类似指数增长很快，当压制效果为 1 也就是百分之百压缩时所需应力趋向无穷大，当然这种情况是不会发生的。

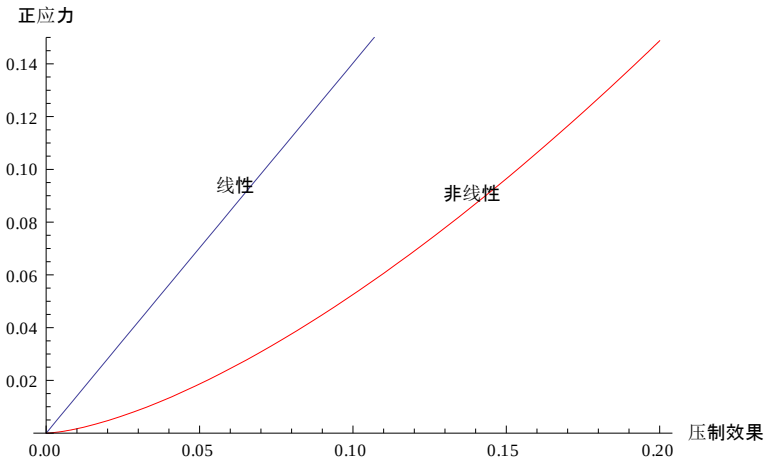

图 3-8 正应力与压制效果的关系（局部放大）

实际中压制效果保持在 0.2 以内，也就是孔隙直径减小百分之二十，这已经是很不错的压制效果了，如图 3-8 所示。可以看出在达到相同压制效果的时候，非线性模型所需要的正应力更小，但增长幅度却在增加。在一定范围内，非线性模型所需的正应力是不会超过线性模型的。

再来看非线性模型下，不同分形维数对正压力-压制效果的影响，取 $n=1.5$，维数 D 分别为 2.72 和 2.73，结果如所示。

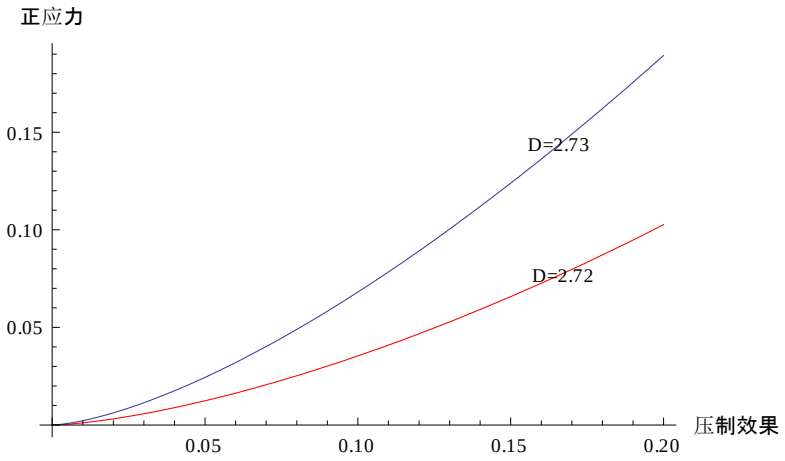

图 3-9 不同维数下正压力与压制效果的关系

从图 3-9 中看出，分形维数越大，达到相同压制效果时所需要的正应力越大；而想要达到更好的压制效果，分形维数的不同会更加明显的影响着所需要的正应力大小。

第4章 压制过程中力的分析

一般说的压制压力都是指的平均压力，实际上作用在压块断面上的力并非都是相同的，同一断面内中间部位和靠近模壁的部位，压坯的上、中、下部位所受的力都不是一致的，除了正应力之外，还有轴向应力、侧压力、摩擦力、弹性内应力、脱模压力等，这些力对压坯起到不同作用[24]。

压制压力作用在粉末体上之后分为两部分，一部分是用来使粉末产生位移、变形和克服粉末的内摩擦，这部分力称为净压力，通常以 $p_{净}$ 表示，另一部分，是用来克服粉末颗粒与模壁之间外摩擦的力，这部分力称为压力损失，通常以 Δp 表示。因此，压制时所用的总压力为净压力与压力损失之和，即

$$p = p_{净} + \Delta p \tag{4-1}$$

在压制过程中，压制压力从上模冲传来，通过整个压坯，最后传到下模冲。这中间是一个复杂的过程，除了有力的传递，还有力的转化，我们暂时把粉末体当作弹性性金属材料，这样我们的模型就转化为了弹性模型，这对各部分力的求解是相对方便一些的。

4.1 轴向应力

上模冲与粉末的接触面上分布着有限的载荷，会引起粉末体内部不同高度的不同区域产生竖直轴向的变化。我们用 p 表示正应力，由上模冲与粉末体接触直接产生，p_{hr} 表示在 p 的作用下，深度为 h 的截面上，距离中心为 r 的点处产生的垂直应力又称轴向应力。

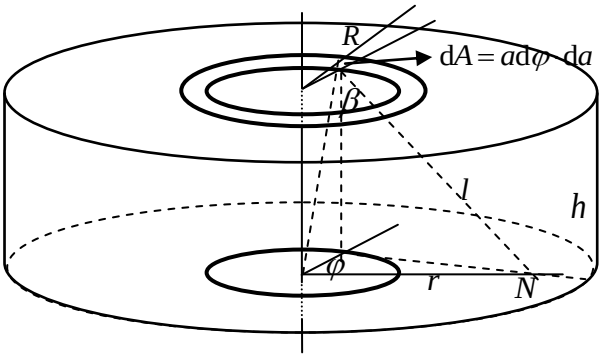

图 4-1 圆柱体载荷传递模型

载荷 p 均匀分布在以 R 为半径的圆面积上，如图 4-1 所示，采用柱坐标，原点在载荷圆心上，求极轴方向上的 N 点处的垂直应力 p_{hr}，在圆面积载荷中切取一个面积元载荷 $p\mathrm{d}A$，从图上看到 $\mathrm{d}A = a\mathrm{d}\varphi \cdot \mathrm{d}a$，其中 a 为面积元到圆心的距离，面积元所在的极角为 φ，$\mathrm{d}\varphi$ 为两半径之夹角。l 为该元载荷到 N 点的距离，β 为 l 与纵轴方向的夹角，N 点到圆心的距离为 r。

根据 Boussinesq 所建立的垂直集中载荷表达式[25]

$$\sigma_z = \frac{2}{3}\frac{p}{\pi R^2}\cos^3\beta \tag{4-2}$$

在面积元 $\mathrm{d}A$ 载荷作用下，N 点的垂直应力为

$$\mathrm{d}p_{hr} = \frac{3p\mathrm{d}A}{2\pi l^2}\cos^3\beta = \frac{3p\cdot a\mathrm{d}\varphi\cdot\mathrm{d}a}{2\pi l^2}\cos^3\beta = \frac{3ph^3a}{2\pi l^5}\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}a$$

$$= \frac{3ph^3a}{2\pi(h^2+r^2+a^2-2ra\cos\varphi)^{5/2}}\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}a \tag{4-3}$$

对上面进行面积积分，得到

$$p_{hr} = \frac{3p}{2\pi}\int_0^R\int_0^{2\pi}\frac{ah^3}{(h^2+r^2+a^2-2ra\cos\varphi)^{5/2}}\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}a \tag{4-4}$$

记

$$F(h,r) = \int_0^R\int_0^{2\pi}\frac{ah^3}{(h^2+r^2+a^2-2ra\cos\varphi)^{5/2}}\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}a \tag{4-5}$$

则有

$$p_{hr} = \frac{3p}{2\pi}F(h,r) \tag{4-6}$$

由于该积分属于椭圆积分，并不是轴对称问题，结果不能用初等函数表示。我们通过作图来分析压坯内任意位置的轴向应力。

如图 4-2 所示，取 $p=1$ 作为基础应力，圆柱体压坯的半径 $R=1$，分别取五个不同的高度，$h=0.1$ 表示距离压坯顶部比较近的粉末截面；随着 h 的增加，逐渐远离正应力所在平面；$h=5$ 时表明已经远离受力平面。

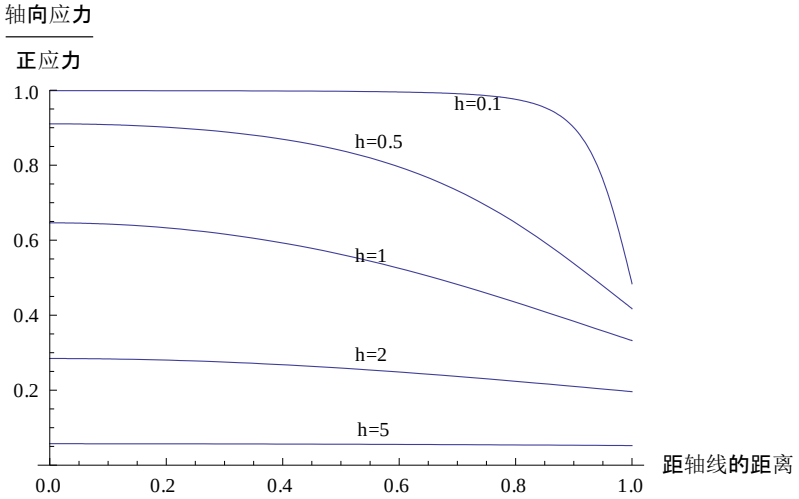

图 4-2 不同截面的应力分布

从图 4-2 中看出，随着深度的增加，应力逐渐减小；在任意高深度的截面上，

中心位置应力最大，然后向四周对称递减；离压坯上表面越近，应力越集中在截面的中部，接近边沿处，向四周递减得很快；而越向下，应力分布比较均匀，宽阔而平缓，这符合压力平衡原理。

只考虑中间轴线方向的压力降，即当$r=0$时，有

$$p_{h0}=\frac{3p}{2\pi}F(h,0)=\int_0^R\int_0^{2\pi}\frac{3ph^3a}{2\pi(h^2+a^2)^{5/2}}\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}a$$

$$=p\{1-[\frac{h/R}{\sqrt{1+(h/R)^2}}]^3\} \tag{4-7}$$

4.2 下模冲应力

上模冲将压力沿着轴向方向向下传递，途中由于模壁摩擦力等因素的影响，导致轴向所受到的压力随着高度的增加而减小，总会比正应力要小。当轴向应力传到下模冲时，降为最低。设压坯原始高度为H，那么根据式(4-4)，下模冲不同半径处受到的应力为

$$p_{Hr}=\frac{3p}{2\pi}F(H,r) \tag{4-8}$$

为了整体估计下模冲应力与压坯形状的关系，我们取$r=0$，根据式(4-7)得到压坯最下方正中央的应力为

$$p_{H0}=\frac{3p}{2\pi}F(H,0)=p\{1-[\frac{H/R}{\sqrt{1+(H/R)^2}}]^3\} \tag{4-9}$$

其中H/R可以表示该压坯的大体形状，p为正应力。

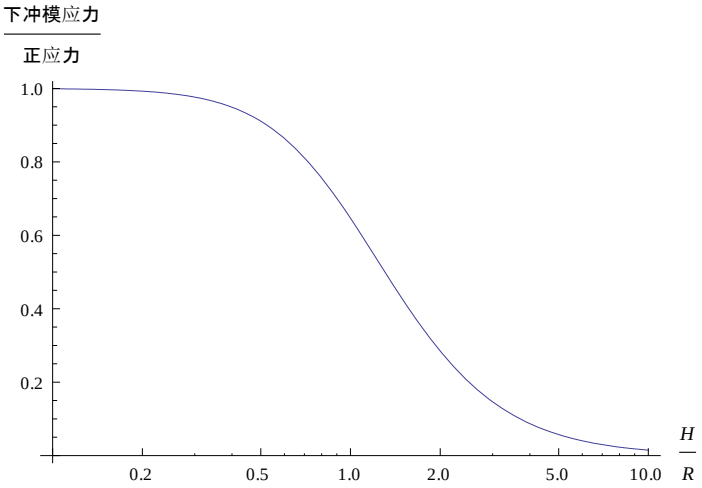

图 4-3 下模冲应力分布

如图 4-3 所示，H/R越小表示压坯越宽扁，H/R越大表示压坯越细高。从中可以看出，下模冲应力是随着H/R的减小而逐渐减小的。当$H<0.5R$时，下

模冲应力比上模冲正应力略小；当$0.5R < H < 2R$时，下模冲应力减小得比较快。当$H > 2R$时，传到下模冲的应力已经很小了。所以当压坯很长时，我们要把压坯放倒来压制，或者采取双向压制。

4.3 修正的轴向应力

高速压制时，上模冲与压坯之间能量的传递是以应力波的形式进行的。当应力波经压坯传递至下模冲时，要发生透射和反射[26]。反射的应力波作用于压坯下端，使此处的密度再次提高。一般的高速压制中，冲锤要多次撞击上模冲，并且每次的撞击时间很短。

在这里做如下假设，轴向应力由压坯上表面向下表面传递，传到下表面产生下模冲应力；我们把下模冲当作钢壁材料，此时下模冲应力被完全反射[27]，应力由压坯下表面向上表面传回。这个过程很迅速，发生在冲锤的一次撞击之内，我们认为该过程中压坯还没有发生变化。正向的应力和反射回来的应力共同作用在压坯上，它们的数量之和为修正的轴向应力大小。

在下模冲应力为p_{Hr}的条件下，根据式(4-6)并把式(4-8)代入可以得到反射轴向压力p'_{hr}为

$$p'_{hr} = \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{3p_{Ha}a(H-h)^3}{2\pi((H-h)^2 + r^2 + a^2 - 2ra\cos\varphi)^{5/2}} \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}a$$

$$= \frac{9p}{4\pi^2} \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{F(H,a)a(H-h)^3}{((H-h)^2 + r^2 + a^2 - 2ra\cos\varphi)^{5/2}} \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}a \tag{4-10}$$

反射轴向应力随着高度的减小而减小，也就是说，越靠近上表面，所修正的轴向应力越小，而越靠近下表面修正的越多。反射轴向应力的大小关系和图 4-2 所示的关系正好相反。

现在将轴向应力与反射轴向应力相叠加，得到修正的轴向应力p_{hr}为

$$p_{hr} = p_{hr} + p'_{hr} \tag{4-11}$$

其中p_{hr}满足式(4-6)，p'_{hr}满足式(4-10)，$F(h,r)$满足式(4-5)。当$H \to \infty$的时候有$p'_{hr} = 0$，那么

$$p_{hr} = p_{hr} = \frac{3p}{2\pi} F(h,r) \tag{4-12}$$

这就是第一节的半无限长的压坯，应力传到模底会完全损失，不再有反射应力传回模顶。

现在假定压坯高$H = 1$，半径$R = 1$，离压坯上表面的距离$h = 0.2$（离上表面较近）和$h = 0.8$（离上表面较远）两处的修正轴向应力分布情况，如图 4-4 所示。

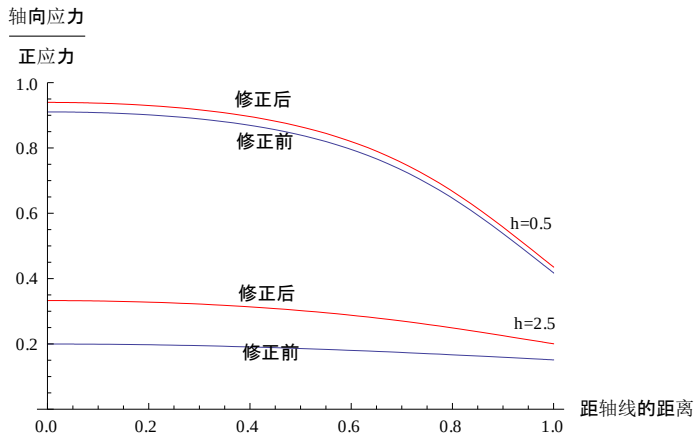

图 4-4 修正的轴向应力分布

可以看出，修正后的轴向压力比修正之前的要大很多，这说明高速压制过程中，压坯内部可以产生更大的应力，从而比普通压制达到更好的压制效果；还可以看出，离压坯上表面越远的地方获得的应力修正值越大，这样使得压坯内部各个高度层受到的轴向应力差异减小，从而获得轴向更均匀的压坯密度。

4.4 侧压力

粉末体在压模内受压时，压坯会向周围膨胀，模壁就会给压坯一个大小相等方向相反的反作用力，我们把压制过程中由垂直压力所引起的模壁施加于压坯的侧面压力称为侧压力。

由于粉末颗粒之间的内摩擦和粉末颗粒与模壁之间的外摩擦等因素的影响，压力不能均匀地全部传递，传到模壁的压力将始终小于同等高度的轴向应力，也就是说，侧压力始终小于轴向应力。

为了分析受力情况，我们取出压坯中高度为 $h \sim h + \mathrm{d}h$ 的圆柱体压坯来进行研究，由于圆各向同性，我们把圆柱无限分割成小立方体压坯，先来研究每一个小立方体压坯的侧压情况。如图 4-5 所示。

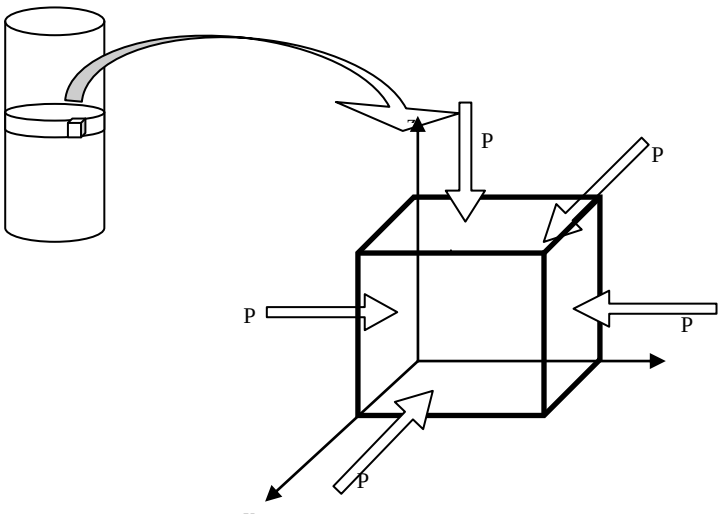

图 4-5 侧压力的微观结构模型

只考虑弹性变形，侧向压力为 $\overline{p}$ 。当某压坯层受到轴向应力 p_{hr}（z 轴方向）作用时，它力图使压块在 y 轴方向产生膨胀。从力学可知，此膨胀值 Δl_{y1} 与材料的泊松比 ν 和轴向应力 p_{hr} 成正比，与弹性模量 E 成反比。即

$$\Delta l_{y1} = \nu \frac{p_{hr}}{E} \tag{4-13}$$

在 x 轴方向的侧压力也力图使压坯在 y 轴方向膨胀 Δl_{y2}，即

$$\Delta l_{y2} = \nu \frac{\overline{p}}{E} \tag{4-14}$$

然而， y 轴方向的侧压力对压坯的作用是使其压缩 Δl_{y3}，即

$$\Delta l_{y3} = \frac{\overline{p}}{E} \tag{4-15}$$

压坯在压模内由于不能侧向膨胀，因此在 y 轴方向的膨胀值之和应等于其压缩值之和，即

$$\Delta l_{y1} + \Delta l_{y2} = \Delta l_{y3} \tag{4-16}$$

$$\nu \frac{p_{hr}}{E} + \nu \frac{\overline{p}}{E} = \frac{\overline{p}}{E} \tag{4-17}$$

化简得

$$\overline{p} = \xi p_{hr} = \frac{\nu}{1-\nu} p_{hr} \tag{4-18}$$

此式中侧压力与轴向应力的比值 ξ 称为侧压系数。

同理，也可以沿 x 轴方向推导出类似公式。那么如果不是小立方体而是其他侧面都各向同性的小空间体，也可以近似认为有式(4-18)的结论。

上面是针对任意一个小立方体，如果该立方体是与模壁接触的，那么我们可以先算出轴向应力在 $r = R$ 时的 p_{hR} 值，那么模壁产生的侧压力为

$$p_{h侧} = \frac{\nu}{1-\nu} p_{hR} = \frac{3\nu p}{2\pi(1-\nu)} F(h,R) \tag{4-19}$$

4.5 模壁摩擦力

在低压条件下，粉末体与模壁间的摩擦系数 μ 值随着轴向应力的增加而增加。而进入高压条件时， μ 值不随轴向应力的改变而改变。有些资料认为[26]，随着压制速度的增加， μ 值还会减小。这里将它看做常量。

粉末体与模壁之间的摩擦力大小 $p_{h摩}$ 与动摩擦系数 μ 有如下关系

$$p_{h摩} = \mu p_{h侧} = \frac{3\mu\nu p}{2\pi(1-\nu)} F(h,R) \tag{4-20}$$

其中

$$F(h,r)=\int_0^R\int_0^{2\pi}\frac{ah^3}{(h^2+r^2+a^2-2ra\cos\varphi)^{5/2}}\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}a \tag{4-21}$$

模壁摩擦力随着压坯深度的变化而变化。

4.6 塑性接触模型的简单推广

上面的解法均假设物体只具有弹性性能，但我们知道，在高速压制中，更重要的是塑性性能，塑性性能保证了能够把粉末压得更紧密，孔隙率更低。当最大剪应力达到材料的临界剪应力时，我们就能确定最大剪应力到达的位置，即发生塑性变形的位置。

资料表明，对于集中于一点的法向载荷和均匀分布的法向载荷，这两种情况下，材料都是首先在表面上达到屈服状态。

我们之前本来认为当正应力达到两倍的临界剪应力时，表面材料会发生屈服。但是 Herz 理论认为，这种情况不会发生，因为表面部分在所有的三个正交方向上都承受正应力，也就是说，任何一点应力的流体静力分量不会是这一点材料发生塑性变形。

这是一个非常重要的结论，因为它意味着查过材料屈服值的接触压力不会导致塑性变形，因此在 Herz 弹性接触情况下，可以承受比预期要高的载荷。此外可知，即使在表面下发生屈服，也只会出现很小的塑性变形，因为塑性区受四周的弹性材料约束。

当载荷继续增加时，塑性区域也增加，最后扩大到无题的表面。于是，塑性流动很快发生，这时的平均接触压力是之前的两倍。

第5章 内摩擦原理

有关文献指出：摩擦学行为是系统依赖的；摩擦学元素的特性是时间依赖的；摩擦学行为是多个学科行为之间强耦合的结果。

摩擦是两个接触表面上的无数个微小凸体相互挤压、搓动的过程。其中既有大量数目的局部接触单元构成，也有复杂的能量耗散行为出现，这种接触和能量耗散行为对摩擦学系统的初始条件有敏感的依赖性，它的变化过程有不稳定的随机性以及时间和空间的不规则性，这表明摩擦学系统是一个复杂系统。

根据摩擦学模型和系统描述定义，摩擦学系统可以理解为：由力学、化学、热学等多个元素耦合作用而达到接触界面干涉状态平衡的一种能量耗散结构体系。摩擦学系统包括有动力性特征、非线性特征、随机性特征、混沌性特征为主的复杂性特征。近代摩擦学表明，摩擦因素、摩擦温度和磨损量与接触载荷、滑动速度、接触面积及环境温度等之间的关系为强弱程度不同的非线性关系。

5.1 传统表面接触

5.1.1 粉末颗粒摩擦

研究表明粉末的颗粒升温和熔化首先发生在颗粒的周界上，这种热能在粉末颗粒界面聚积导致粉粒表层的熔融和结合。Wilkins 等人认为在高压作用下粉末材料发生塑性流动和升温并使相邻颗粒发生局部焊接。Lotrich 等人认为空穴或颗粒之间缝隙中的空气绝热压缩是颗粒发生熔化的根源。Linse 认为固结是由于颗粒变形流动填充了空穴与缝隙从而使颗粒间结合，所以颗粒变形发热和热熔的过程是主要机制。

粉末颗粒的塑性变形以及颗粒间的相互碰撞、孔隙塌缩、颗粒表层的破坏导致颗粒表面的沉热和熔化并发生焊接。摩擦首先使界面附近材料软化，之后进入热塑性剪切失稳，在界面处将出现绝热剪切现象。在高速压制条件下粉末颗粒能否发生上述过程，在很大程度上取决于颗粒间摩擦力的大小和摩擦生热的多少。

在高速压制过程中，当粉末颗粒在被初次预压或初次快速锤打后，粉末颗粒之间形成了具有一定强度的结合。当这种压坯再次被冲击锤打时，在接合部孔隙附近的颗粒表面形成较高温升，使颗粒容易塑性变形甚至局部焊合，达到高度致密化。在粉末颗粒的这种致密化过程中，外加的冲击能量绝大部分转变为瞬时热能和应变能。并不是所有的颗粒边界都会发生焊接，只有当颗粒间的碰撞和摩擦满足特定的要求时，颗粒间才会发生焊接现象，即颗粒间的摩擦、绝热剪切产生的热能只沉积于颗粒界面上，而且时间短，热传导来不及把热能传导到粉末颗粒内部，从而使界面上形成熔融薄层。

下面运用摩擦学的知识，对高速压制过程的摩擦力进行讨论。我们将三维颗粒孔隙结构模型简化为如图 5-1 所示的二维密排球堆积模型，白色圆球代表颗粒位置，当冲击压力自上而下通过粉末后，球 1 将横向膨胀。与此同时，孔隙必然

要发生塌缩。在孔隙 ABC 的塌缩过程中，AB 边与 AC 边对称拉长，而球 1 的 BC 边强烈的拉伸并且贯入孔隙 ABC 中，如图 5-1 所示，球 1 表现为强烈的塑性变形，此时必然在 B 点和 C 点伴随着剧烈的摩擦发生。

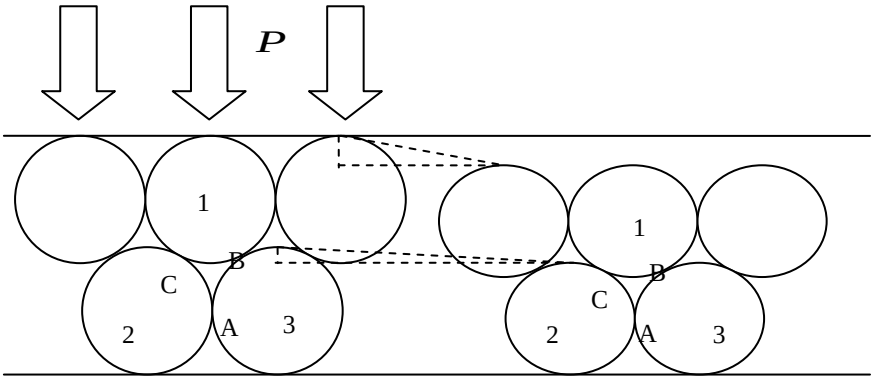

图 5-1 粉末颗粒二维堆积模型

压缩后，孔隙 ABC 体积变小，而且上层颗粒比下层颗粒的高度降低的程度更大，显然会在接触点 B、C 处先发生滑动摩擦，产生大量的热能，使其屈服强度变小，弹性变形达到屈服极限时发生塑性变形，形成冷焊。

5.1.2 Herz 接触模型

在图 5-1 中 1 号球和 3 号球的接触点 B 处的实际情况是三维接触，我们通过图 5-2 所示的三维模型来观察推导一些性能[28]。

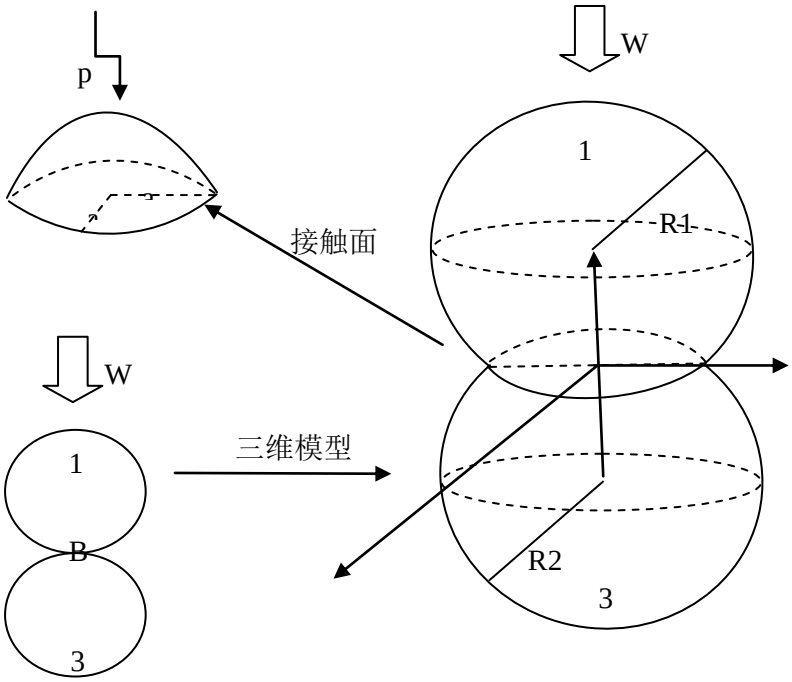

图 5-2 粉末颗粒三维接触模型

图 5-2 中的球 1 和球 3 是两个具有相同弹性性能的接触物体，两物体的曲率半径分别为 R_1 和 R_2。根据 Herz 接触理论，总载荷为 W，两物体的弹性模量为 E，接触面半径为 a，δ 为法向接近量，那么有[29]

$$a=(\frac{3WR}{4E})^{1/3} \tag{5-1}$$

$$\delta=(\frac{9W^2}{16E^2R})^{1/3} \tag{5-2}$$

$$W=\frac{4}{3}ER^{1/2}\delta^{3/2} \tag{5-3}$$

其中 R 为接触曲面的曲率半径，如图 5-3 所示，可以表示为[30]

$$R=\frac{2R_1R_2}{|R_1-R_2|} \tag{5-4}$$

显然，如果是两个相同的球体，即 $R_1-R_2=0$，那么 $R=\infty$，这表示接触面为平面；若 $R_1(R_2)=\infty$，那么 $R=2R_1(R_2)$。所以说，不管接触面是曲面还是平面，都满足接触面应力、法向接近量和接触物体半径的关系式(5-1)(5-2)(5-3)。上节我们得到了法向接近量 δ 的值，现在我们又知道了接触面的曲率半径，那么通过几何知识可以求出接触面面积 A_0。

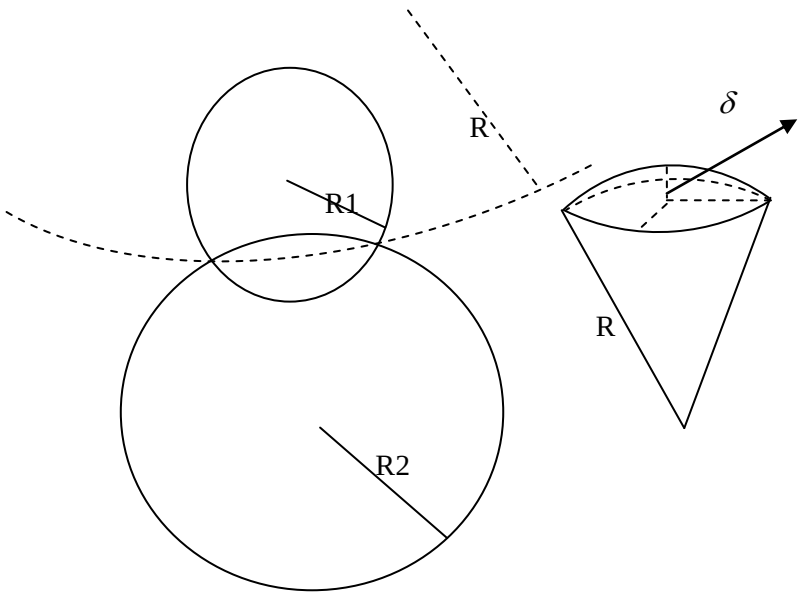

图 5-3 两不同球体颗粒接触模型

如图 5-3 所示半径为 R 的球面的一部分，设曲面方程为 $z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$，$z\in[R-\delta,R]$，则有

$$A_0=\iint_S \mathrm{d}S=\iint_D \sqrt{1+z_x'+z_y'}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$=2\pi R\delta \tag{5-5}$$

由(5-1)和(5-2)可得实际面积

$$A=\pi a^2=\pi R\delta=A_0/2 \tag{5-6}$$

可见实际接触面积仅为几何接触面积的一半。由(5-2)和(5-6)可以得到

$$W = \frac{4E}{3\pi^{3/2}R}A^{3/2} \tag{5-7}$$

5.2 粗糙表面理论

在表面接触性质的研究上经历了这样的过程 1954 年 Bowden 建立了基于统计理论的表面接触塑性变形模型；1966 年 Greenwood 与 Williamson 共同提出了基于经典接触力学和统计分析的 G-W 接触模型；1970 年 Whitehouse 与 Archard 共同建立了同样基于统计学参数 W-A 的模型。但近期的研究发现，表面接触特性依赖于表面上的那些凸起的分形形貌特征，有时甚至比表面材料更为重要。1986 年 Thomas 等的研究指出，表面形貌是一个不稳定的随机过程，并不是处处连续光滑的，且具有统计自相似和自仿射精细几何结构特性。1991 年 Majumdar 和 Bhushan 共同开创了以分形几何理论为基础的粗糙表面 M-B 弹塑性接触模型。文献研究表明，粉末颗粒表面具有统计自仿射分形特征，其分形特征与尺度无关，可以提供存在于分形面上所有尺度范围内的全部粗糙度信息[20]。

表面几何特征采用形貌参数来描述。最常用的表面形貌参数是表面粗糙度，类似的，也可以用表面分形维数来表征。取表面上某一截面的外形轮廓曲线来表示。根据表示方法不同可分为一维、二维、三维形貌参数。

当两个固体表面接触时，由于表面粗糙，实际接触只发生在表观面积的极小部分上。实际接触面积的大小和分布对于摩擦有决定性的影响[20]。

接着前面的模型来讨论，上节中将粉末体当作球形颗粒，接触面为光滑平面或者曲面，接触面积为完全接触面积。但是在实际中，粉末体表面在显微镜下观察时，却显示出许多不规则的凸峰和凹谷。真正接触的是一个粉末表面的凸峰和相邻粉末表面上的凸峰之间的摩擦。这时，我们把这些凸峰也看作球体，那么这就变成了在更小尺度下面的球形颗粒接触问题。同样也可以应用上节所得到的一些结论。

理论上来说，我们把尺度放到更小，发现这些凸峰也不是完全光滑的，凸峰表面也存在更小尺度的凸峰。如果无限放大下去，可以看做是一个统计自相似分形的过程。但是，实际中尺度不可能无限变小，粉末颗粒的直径一般是微米级别，所以我们选用的尺度一般也是微米级别。只有在这个层次级别上，才能呈现出分形特性，而且分形维数是基本确定的。如果超出这个范围，将出现分形维数不确定的现象。

5.2.1 理想粗糙表面的接触

我们假设理想粗糙表面接触满足下面的条件

（1）一个完全光滑表面和一个理想粗糙表面相接触；

（2）理想粗糙表面上，有许多与完全光滑表面接触的，曲率半径和高度相

同的微凸体；

（3）各微凸体承受的载荷和变形完全一样，而且互不影响。

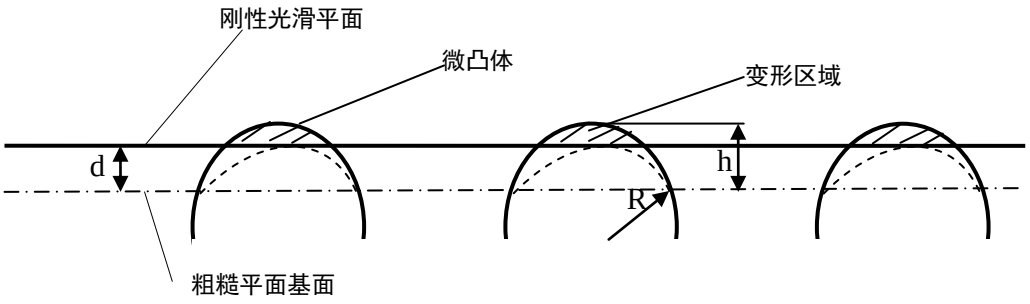

图 5-4 理想粗糙面模型

如图 5-4 所示，微凸体在基面以上的最大高度为h，当光滑平面在载荷作用下发生法向变形后，法向变形量为$h-d$，刚性光滑平面与粗糙面基面之间的距离为d。

假设两粉末实际接触面积内微凸体的个数为n，每个微凸体承受相同的载荷W_i，则由式(5-3)得实际接触面积上的总载荷W

$$W = nW_i = \frac{4}{3}nER^{1/2}(h-d)^{3/2} \tag{5-8}$$

实际接触面积A为各微凸体实际接触面积A_i的总和，即

$$A = nA_i = n\pi R(h-d) \tag{5-9}$$

由以上两式消去$(h-d)$可得

$$W = \frac{4E}{3\pi^{3/2}n^{1/2}R}A^{3/2} \tag{5-10}$$

比较式(5-7)和式(5-10)，两个A代表不同的实际接触面积。前者是两个粉末颗粒之间的光滑接触面积；后者是两个粉末颗粒的理想粗糙接触面积，即粉末表面上微凸体的光滑接触面积。不论哪样，对于弹性接触状态来说，实际接触面积与载荷的 2/3 次方成正比。

当表面处于塑性接触状态时，各个微凸体接触表面上受到均匀分布的屈服应力p_s。假设材料法向变形是不产生横向扩展，则各微凸体的接触面积为几何接触面积，即$A_{0i} = 2\pi r(h-d)$。那么有

$$W_i = p_s A_{0i} = 2p_s A_i \tag{5-11}$$

故

$$W = nW_i = 2p_s A \tag{5-12}$$

这表明对于塑性接触状态，实际接触面积与载荷成正比。

5.2.2 实际粗糙表面的接触

在某一尺度下，实际表面上的微凸体曲率半径是按照某种概率密度函数分布的，微凸体的高度也是按照另一种概率密度函数分布的，因而能产生接触面的微凸体个数也应该根据概率来计算。图 5-5 所示为两个粗糙表面的接触情况。h 为中心线间的距离。两个粗糙表面相接触，他们粗糙度的均方根值分别为 σ_1 和 σ_2，他们的接触情况可以转化为如图 5-6 所示的一个光滑的刚性平面和另一个具有均方根值为 $\sigma=\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2}$ 的粗糙弹性表面相接触。

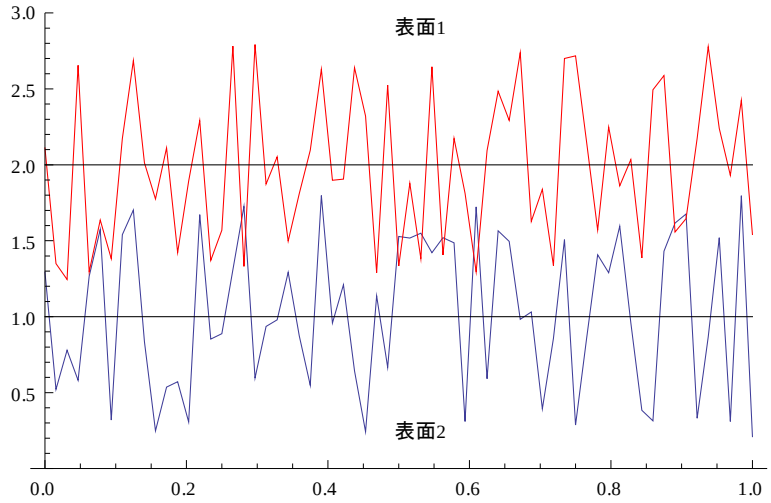

图 5-5 实际粗糙表面模型

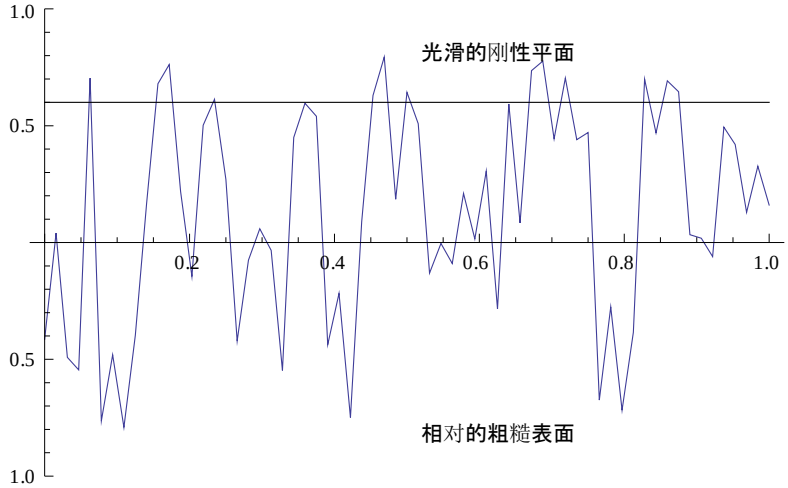

图 5-6 实际相对粗糙表面模型

假设两平面具有相同的均方根值 σ_1，且满足表面轮廓的分形维数测定的均方根法[31]，该方法由葛世荣在 1997 年提出，用于加工表面的分形研究，有

$$\sigma=\sqrt{2}\sigma_1=c\tau^{2-D_f} \tag{5-13}$$

其中 c 是比例系数，D_f 是粗糙表面分形维数，τ 是尺度大小。D_f 反映了轮廓曲线的复杂程度和不规则性，其值增大，说明不同测量尺度下表面轮廓均方值之间的差异减小。c 反映了单位尺度下表面轮廓均方值的大小，其值增大，说明

表面粗糙程度增大。

粗糙度小的表面一般比粗糙度大的表面更复杂、更具有深层次的自相似精细结构。表面由粗糙变得光滑，表面形貌变得精细复杂，分形特征越发明显，分形维数也逐渐增大。

设轮廓高度 z 满足的概率密度函数为 $\varphi(z)$，微凸点曲率半径 r 的概率密度函数为 $\rho(r)$，微凸点的总数为 n。$n\rho(r)$ 等于曲率半径在 r 和 $r+\mathrm{d}r$ 之间的微凸点的数目。当中心线之间的距离为 h 时，只有轮廓高度 $z>h$ 的部分才发生接触。在概率密度分布曲线中，$z>h$ 部分的面积就是表面接触的概率，即

$$P(z>h)=\int_h^{\infty}\varphi(z)\mathrm{d}z \tag{5-14}$$

则曲率半径在 r 和 $r+\mathrm{d}r$ 之间的参与接触的微凸点数为

$$m=n\rho(r)\int_h^{\infty}\varphi(z)\mathrm{d}z \tag{5-15}$$

各个接触峰点的法向变形量为 $z-h$。由式(5-6)及(5-15)可得曲率半径在 r 和 $r+\mathrm{d}r$ 之间的实际接触面积为

$$\mathrm{d}A=m\pi r(z-h)=\pi n\rho(r)r\int_h^{\infty}(z-h)\varphi(z)\mathrm{d}z \tag{5-16}$$

曲率半径可以很小，这时的凸微体很尖；也可以很大，这时的凸微体近乎于平面。所以我们对 r 积分得到总的实际接触面积

$$A=\pi n\int_h^{\infty}(z-h)\varphi(z)\mathrm{d}z\int_0^{\infty}\rho(r)r\mathrm{d}r \tag{5-17}$$

接触峰点支撑的总载荷量 W 为

$$W=\frac{4nE}{3}\int_h^{\infty}(z-h)^{3/2}\varphi(z)\mathrm{d}z\int_0^{\infty}\rho(r)r^{1/2}\mathrm{d}r \tag{5-18}$$

通常实际表面的轮廓高度按照 Gauss 分布。在 Gauss 分布中，靠近 z 值较大的部分近似于指数型分布。若令

$$\varphi(z)=\frac{1}{\sigma}e^{-\frac{z}{\sigma}} \tag{5-19}$$

通过(5-15)(5-17)(5-18)可以求出

$$m=n\rho(r)e^{-\frac{h}{\sigma}} \tag{5-20}$$

$$A=\pi n\sigma e^{-\frac{h}{\sigma}}\int_0^{\infty}\rho(r)r\mathrm{d}r \tag{5-21}$$

$$W=\frac{4nE}{3}\sigma^{\frac{3}{2}}e^{-\frac{h}{\sigma}}\int_0^{\infty}\rho(r)r^{1/2}\mathrm{d}r \tag{5-22}$$

此时发现$W \propto A$，并将(5-13)代入有

$$W = \frac{4E\sqrt{c}\tau^{\frac{2-D_f}{2}}\int_0^\infty \rho(r)r^{1/2}\mathrm{d}r}{3\pi\int_0^\infty \rho(r)r\mathrm{d}r}A \tag{5-23}$$

由此可知，两个粗糙面在弹性接触状态下，实际接触面积与载荷呈线性关系。在塑性接触时，不论高度曲线如何分布，实际接触面积与载荷也呈线性关系。

微凸体峰顶的曲率半径概率密度函数一般接近于 Gauss 分布，有时会出现偏差，可以用偏态 S 和峰态 K 表示。现在假设$\rho(r)$服从 Gauss 分布，则有

$$W = \frac{4E\sqrt{c}\tau^{\frac{2-D_f}{2}}\int_0^\infty \frac{r^{1/2}}{\sigma_c\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{r^2}{2\sigma_c^2}}\mathrm{d}r}{3\pi\int_0^\infty \frac{r}{\sigma_c\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{r^2}{2\sigma_c^2}}\mathrm{d}r}A$$

$$W = \frac{2^{\frac{7}{4}}\Gamma(\frac{3}{4})\sqrt{c}E\tau^{\frac{2-D_f}{2}}}{3\pi\sqrt{\sigma_c}}A \tag{5-24}$$

其中c是比例系数，E是弹性模量，τ是尺度，D_f是表面分形维数，σ_c顶峰曲率半径的均方值。

当表面接触为塑性接触时，满足

$$W = p_s A \tag{5-25}$$

其中p_s为屈服应力。

该模型采用 5 个基本假设：（1）粗糙面是随机的；（2）粗糙峰的顶端是球形；（3）所有粗糙峰顶端曲率半径是随机的，高度也是随机的；（4）粗糙缝之间的距离足够大，他们之间没有相互作用；（5）没有大的变形。

5.2.3 内摩擦力

上个世纪三十年代，Bowden 和 Tabor 建立了比较完善的黏着摩擦理论，认为摩擦力是黏着效应和犁沟效应产生阻力的总和。而在金属粉末的摩擦中，由于各粉末性质相同，认为黏着效应是产生摩擦的主要原因，有

$$f = AF \tag{5-26}$$

按照(5-23)和(4-4)所示的关系有

$$f = \frac{3\pi F\sqrt{\sigma_c}}{2^{\frac{7}{4}}\Gamma(\frac{3}{4})\sqrt{c}E\tau^{\frac{2-D_f}{2}}}W \tag{5-27}$$

其中W可用轴向压力表示，见式(4-11)。F为粉末剪切强度极限。

5.3 HVC 中能量的传递与转化

5.3.1 加压速度的影响

高速压制和一般压制做比较，是由静压向动压转变。实践指出，高速压制成形所得的压块密度分布比用缓慢加压所得的更加均匀。

因为除了静压力 P 的作用，还受到动量 mV 的作用，冲击力为 $F = mV / t$ 很大。根据材料力学关于动静载荷的理论知道，在弹性变形范围内当一个重量为 Q 的物体自由下落时，动静载荷之间的关系为[22]

$$F = (1+\sqrt{1+\frac{V^2}{g\delta_c}})P \tag{5-28}$$

其中 g 为重力加速度，δ_c 是静负荷的变形值。一般来说，速度 V 值相对于变形量 δ_c 很大，则

$$F = PV / \sqrt{g\delta_c} \gg P \tag{5-29}$$

所以我们只需要考虑动载荷做的功。

5.3.2 能量损失与内能转化

上模冲作用在粉末体上的总功为

$$Q = \frac{1}{2}mV^2 \tag{5-30}$$

粉末体的能量转化形式为

$$Q = P_{摩} + F_{内} \tag{5-31}$$

一部分能量克服粉末与模壁的摩擦被消耗掉了，另外的能量一部分转化为粉末的动能使粉末产生位移，一部分能量使粉末发生形变、弹性形变或者断裂，还有一部分能量转化为内能使粉末表面融化变软实现焊接和塑性形变。

第6章 总结和展望

本文介绍了 HVC 的原理以及分形理论的基础知识，并着重介绍压制过程中粉末体发生的各种变化。其次，用粉末体的分形维数来表征粉末孔隙的特性，建立孔隙率与体积、密度的关系；建立应力模型，用孔隙率以及分形特性来表征正应力。再次通过对圆柱体压坯的研究，用弹性半无限载荷分布理论，建立力的传导模型，推导了不同力之间的关系，从而导出它们的表达式。最后建立微观粉末弹塑性模型，通过理想粗糙表面和实际粗糙表面的分析推导出内摩擦与接触面积的线性关系，建立内摩擦力的模型，从而解释压制过程能量的转化。

此外，由于时间问题，以及看的资料还不够完整，对工程实际中的情况不是很了解，所以本文还很不完善，很多方面还值得考虑。一、粉末体有复杂的物理状态，压坯形状各异，不同种金属材料属性不同，粉末体中有润滑剂，属于多种物质共存的集合体，本文只考虑粉末体本身，把孔隙与粉末独立开来，显然不妥。二、HVC 中应力波在粉体中传播，冲击能量在粉体致密化过程中消耗，应力波逐渐衰减。从微观角度研究应力波的形成与变化规律对于理解高速压制成形的机理也具有重要作用。三、压制速度高，产生的热量很大，这对粉末的摩擦是有很大的影响，粉末的状态分析也不仅仅是弹塑性接触这么简单。四、脱模后的情况没有考虑，比如弹性后效产生的粉末体膨胀变形等。

结束语

本论文是在我的导师秦宣云老师指导下顺利完成的，首先感谢他在论文题目拟定、研究方法以及论文写作等方面给予的卓有成效的指导。虽然经历了四年的专业知识学习，但毕业论文依然是一个挑战与考验，是一次较大的应用的尝试，印象中导师是严厉的，经常会询问论文的进度，这是对我们的督促。

感谢秦老师指导下的王振飞、许密影同学，做论文的这段时间里，大家一起努力，互相帮助，分享心得和教训，面对遇到的问题，齐心协力共同解决。还要感谢我们班的王承博和韩靖两位同学，谢谢你们在我论文内容和格式等问题上提出的宝贵意见和建议，使我受益匪浅。

感谢本科期间传道授业解惑的恩师，你们用渊博的知识和朴实的态度引领我们走入数学的殿堂。你们传授的是知识和经验，赢得的是一生的尊敬。

感谢我的父母，是你们给予我所拥有的一切，给我一个机会来到大学这个殿堂，在精神和物质上全力的支撑我顺利的完成学业，并进一步拥有一个拥抱梦想的舞台。

参考文献

[1] Richard F. HVC Punches PM to New Mass Production Limits[J]. Metal Powder Report, 2002, 57(9): 26-31.

[2] 沈元勋, 肖志瑜, 温利平. 粉末冶金高速压制技术的原理、特点及其研究进展[J]. 粉末冶金工业, 2006, 16(3): 19-23.

[3] 陈振华. 现代粉末冶金技术[M]. 北京: 化学工业出版社, 2007.

[4] Skoglund Paul, Dizdar Senad, Engstrom Ulf. High density fears by new forming technology[J]. Society of Automotive Engineers, 2002, 342(1): 166.

[5] Zhoum, Rosakisaj, Ravichandrang. Experimental investigations of temperatures signatures and propagation speed[J]. Mech PhysSolid, 1996, 44(6): 98.

[6] F Cocks a Lan C, 温彤. 粉末材料压制过程的 DEM 分析[J]. 重庆大学学报(自然科学版), 2007, 7(30): 1-4.

[7] 果世驹, 迟悦, 孟飞. 粉末冶金高速压制成形的压制方程[J]. 粉末冶金材料科学与工程, 2006, 7(5): 95-98.

[8] 李水根. 分形[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.

[9] Mandelbrot. 分形对象: 形, 机遇和维数[M]. 北京: 世界图书出版公司, 1999.

[10] Mandelbrot. The Fractal Geometry of Nature[M]. San Francisco USA: Freeman, 1982.

[11] 辛厚文. 分形理论及其应用[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1993.

[12] 曾文曲, 王向阳, 孙炜. 分形理论与分形的计算机模拟[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2001.

[13] 金以文, 鲁世杰. 分形几何原理及其应用[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1998.

[14] Kaye B H. 分形漫步[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 1994.

[15] 张济中. 分形[M]. 北京: 清华大学出版社, 1995.

[16] 李金萍, 盖国生, 郑洲顺. 粉体颗粒的分形表征与分维计算[J]. 有色矿冶, 2005, 7(21): 92-94.

[17] 赵晓彤, 杨善让, 徐志明. 粒径均匀散体导热系数的分形描述[J]. 工程热物理学报, 1999, 20(4): 477-481.

[18] 陈永平, 施明恒. 应用分形理论的实际多孔介质有效热导系数的研究[J]. 应用科学学报, 2000, 18(3): 263-266.

[19] Thomas A P, Thomas T R. Engineering Surface as Fractal—Fractal Aspect of Materials[M]. USA: Pittsburg Society, 1986.

[20] A. Majumdar, B. Bhushan. Fractal Model of Elastic-Plastic Contact Between Rough Surfaces[J]. Journal of Tribology, 1991, 113(1): 1-12.

[21] 王新华, 张嗣伟, 樊启蕴. 基于分形几何理论的黏着磨损模型[J]. 石油大学学报, 1999, 23(6): 50-53.

[22] 黄培云. 粉末冶金原理[M]. 北京: 冶金工业出版社, 1997.

[23] 邹娜娜, 文娟, 方艳溪. 粉末注射成形坯孔隙度的分形模型[J]. 数学理论与应用, 2009, 29(4): 115-117.

[24] 颜建华, 刘义伦. 烧结钕铁硼磁粉压制成型的压力分布规律[J]. 磁性材料及器件, 2005, 36(6): 40-42.

[25] 刘成宇. 土力学[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2006.

[26] 迟悦, 果世驹, 孟飞. 粉末冶金高速压制成形技术[J]. 粉末冶金工业, 2005, 15(6): 41-45.

[27] 马晓青. 冲击动力学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1992.

[28] J. Jamari. Plastic Deterministic Contact of Rough Surfaces[J]. Journal of Tribology, 2007,

129(1): 957-962.
[29] 温诗铸, 黄平. 摩擦学原理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.
[30] S.Timoshenko, J.N.Goodier. Theory of Elasticity[M]. New York: McGraw-Hill, 1951.
[31] 葛世荣, 朱华. 摩擦学的分形[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.